



**Pedro José Alegria      Calibração de medidores de caudal de gás**  
**Pereira da Silva      usando o método da diluição dinâmica**



**Pedro José Alegria  
Pereira da Silva**

**Calibração de medidores de caudal de gás  
usando o método da diluição dinâmica**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia do Ambiente, realizada sob a orientação científica do Prof. Doutor Manuel Arlindo Amador de Matos, Professor Auxiliar do Departamento de Ambiente e Ordenamento da Universidade de Aveiro.

....para Manuela e Pedro

*Science may set limits to knowledge, but should not set limits to imagination.*

*in History of Western Philosophy, 1946*

*The good life is one inspired by love and guided by knowledge.*

*in What I Believe, 1925*

Bertrand Russell

## **o júri**

Presidente

Professor Doutor Luís António da Cruz Tarelho

Professor Auxiliar do Departamento de Ambiente e Ordenamento da Universidade de Aveiro

Arguente

Doutor Álvaro Silva Ribeiro

Centro de Instrumentação Científica – Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC)

Orientador

Professor Doutor Manuel Arlindo Amador de Matos

Professor Auxiliar do Departamento de Ambiente e Ordenamento da Universidade de Aveiro

## **Agradecimentos**

Ao Professor Arlindo Matos, como orientador desta dissertação e pelo tempo dispendido na orientação, no acompanhamento no trabalho laboratorial, apoio na adaptação do software e construção de equipamento diverso, e acima de tudo pela paciência demonstrada nas discussões permitindo em tempo útil cumprir com os objectivos propostos.

Ao Eng. Nuno Rodrigues pelas ideias e sugestões.

Aos meus familiares, mãe, pai e irmãos. Mas em especial à minha esposa e filho.

**Palavras-chave**

Medição de Caudal de gases, método de diluição dinâmica, sensores de caudal mássico de gás, sensor de velocidade de ar, medidores de placa de orifício, norma ISO 5167, incerteza de medição, metrologia de gases

**Resumo**

Neste trabalho é estudado o processo de medição do caudal mássico de gases à temperatura ambiente e à pressão atmosférica.

Este assunto interessa a um vasto conjunto de processos que fazendo uso de elevados caudais de gases em condutas e necessitam de instrumentação de medição adequados. Para efeitos de comparação, neste trabalho foram ensaiadas duas metodologias para determinar o caudal mássico em placas de orifício e avaliadas as respectivas incerteza de medição: uma com base num modelo teórico baseado numa norma técnica e outro com base num procedimento de diluição dinâmica. Faz parte integrante do trabalho a avaliação da incerteza de cada um dos processos, tendo sido usada a metodologia GUM.

Para o efeito anterior foram descritos os sensores utilizados na obtenção das variáveis relevantes, sujeitos a calibração directa ou por diluição dinâmica e obtidas as respectivas incertezas expandidas.

Neste trabalho descreve-se a formulação analítica que permite a aplicação de placas de orifício (norma ISO 5167) ao cálculo do caudal de gás e determinada a incerteza associada.

Foram comparados os resultados obtidos pelo método de diluição dinâmica e a formulação recomendada pela norma referida, tendo-se concluído que têm incertezas semelhantes.

Neste trabalho são ainda propostos e analisados modelos alternativos de placas de orifício

Este trabalho inclui ainda a aplicação da diluição dinâmica à calibração de um sensor de velocidade de ar instalado numa conduta de modo a obter um modelo para o caudal mássico de ar ventilado através da conduta.

**Keywords**

Gas flow meters, dynamic dilution method, gas mass flow sensor, air velocity meters, orifice plate, ISO 5167, uncertainty of measurement, gas metrology

**Abstract**

This paper discusses the measurement of mass flow of atmospheric air at room temperature and atmospheric pressure.

This subject is of interest to a broad set of processes that make use of high airflows and needs instrumentation that allows the monitoring of these processes, and therefore it becomes necessary detailed knowledge of the responses of different sensors required for the measurement process including their measurement uncertainties. For comparison purposes in this paper are studied two methods of determining the mass flow rate of the orifice plate: one based on a theoretical model of the technical norm, and the other based on a dilution method.

The uncertainty associated with each of them is accessed by implemented balances of uncertainty according to GUM methodology and the use of specific software package.

The sensors used to obtain the relevant variables are studied and their expanded uncertainties obtained.

The analytical formulation for the orifice plate recommended by the ISO5167 standard is described and it's uncertainty is obtained. These results are compared with the values reported by the manufacturers of commercial orifice plate meters.

The results obtained by dynamic dilution method and the formulation recommended by the standard are compared and found to have similar uncertainties.

Several models were obtained for the orifice plate.

The dynamic dilution method was applied to the calibration of a air velocity sensor in order to obtain a model for the mass flow rate passing through the sensor.





## Índice

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1	<i>Medição de caudais.....</i>	<i>1</i>
1.2	<i>Objectivos do presente trabalho.....</i>	<i>2</i>
1.3	<i>Organização da dissertação.....</i>	<i>3</i>
<b>2</b>	<b>Medições e Incertezas associadas .....</b>	<b>5</b>
2.1	<i>Caracterização da incerteza.....</i>	<i>5</i>
2.1.1	<i>Incerteza padrão “Tipo A” .....</i>	<i>5</i>
2.1.2	<i>Incerteza padrão “Tipo B” .....</i>	<i>6</i>
2.2	<i>Cálculo da incerteza combinada .....</i>	<i>7</i>
2.3	<i>Incerteza expandida .....</i>	<i>8</i>
2.4	<i>Graus de liberdade efectivos.....</i>	<i>9</i>
2.5	<i>Apresentação de resultados.....</i>	<i>11</i>
2.5.1	<i>Procedimento de cálculo .....</i>	<i>11</i>
<b>3</b>	<b>Princípios de calibração de medidores de caudal de gás .....</b>	<b>13</b>
3.1	<i>Calibração directa.....</i>	<i>14</i>
3.2	<i>Calibração por diluição dinâmica .....</i>	<i>16</i>
3.2.1	<i>Desenvolvimento do modelo de diluição para a calibração de caudalímetros .....</i>	<i>18</i>
3.2.2	<i>Aplicação do método de diluição dinâmica .....</i>	<i>21</i>
3.2.3	<i>Incertezas associadas ao método de diluição dinâmica .....</i>	<i>22</i>
3.3	<i>Dispositivo experimental de calibração dinâmica .....</i>	<i>23</i>
3.3.1	<i>Sensor de caudal mássico de gás traçador .....</i>	<i>23</i>
3.3.2	<i>Medidor de concentração de CO<sub>2</sub> .....</i>	<i>27</i>
3.3.3	<i>Resultados.....</i>	<i>28</i>
3.4	<i>Incerteza associada ao método da diluição dinâmica.....</i>	<i>30</i>
<b>4</b>	<b>Medidor de caudal de placa de orifício .....</b>	<b>34</b>
4.1	<i>Descrição.....</i>	<i>34</i>
4.1.1	<i>História do medidor de caudal de orifício .....</i>	<i>34</i>
4.1.2	<i>Utilização de medição de pressão diferencial para medição de caudal .....</i>	<i>35</i>
4.1.3	<i>Recomendações da Norma ISO 5167-2:2003 .....</i>	<i>36</i>
4.2	<i>Sistema experimental.....</i>	<i>45</i>

<b>4.3</b>	<b><i>Caracterização estatística dos sensores</i></b> .....	<b>48</b>
4.3.1	Sensor de temperatura .....	49
4.3.2	Sensor de humidade .....	49
4.3.3	Sensor de pressão atmosférica.....	50
4.3.4	Sensor de pressão diferencial .....	51
4.3.5	Forma do orifício.....	54
4.3.6	Propriedades do gás de diluição .....	55
4.3.7	Aplicação do modelo dado pela Norma ISO 5167-2:2004 .....	58
<b>4.4</b>	<b><i>Incerteza associada à medição</i></b> .....	<b>60</b>
4.4.1	Software GUM Workbench.....	60
4.4.2	A caracterização estatística das variáveis .....	61
4.4.3	Modelo analítico da placa de orifício .....	62
4.4.4	Resultados.....	62
4.4.5	Efeito da incerteza em $\Delta p$ .....	71
4.4.6	Comparação com medidores comerciais .....	74
<b>5</b>	<b>Comparação entre o método de diluição dinâmica e o modelo dado pela norma</b> .....	<b>76</b>
5.1	<i>Comparação dos valores das medições</i> .....	76
5.2	<i>Comparação das incertezas expandidas</i> .....	77
5.3	<i>Avaliação da Concordância das medidas</i> .....	79
5.4	<i>Obtenção de um modelo ajustado aos dados</i> .....	81
5.4.1	Método de minimização.....	82
5.4.2	A escolha do modelo .....	84
5.4.3	Modelo 2 (simplificado I).....	87
5.4.4	Obtenção do modelo simplificado II .....	90
5.4.5	Comparação entre os modelos .....	91
<b>6</b>	<b>Calibração de sensor de velocidade do Ar</b> .....	<b>93</b>
<b>7</b>	<b>Conclusões e sugestões</b> .....	<b>97</b>
7.1	<i>Resultados Obtidos</i> .....	97
7.1.1	Incertezas associadas ao método da diluição dinâmica .....	97
7.1.2	Incertezas associadas ao modelo dado pela norma ISO5167.....	97
7.1.3	Comparação das incertezas associadas aos dois métodos .....	98
7.1.4	Obtenção de modelos ajustados aos dados .....	98
7.1.5	Sensor de velocidade do ar.....	98
7.2	<i>Conclusões sobre os resultados obtidos</i> .....	98

7.3	<i>Limitações do trabalho</i> .....	100
7.4	<i>Sugestões para trabalho futuro</i> .....	100
<b>Anexo A – Dados Numéricos</b> .....		<b>104</b>
<b>Anexo B – Factores de sensibilidade para o modelo do orifício ISO</b> .....		<b>119</b>
<b>Anexo C – Métodos de optimização</b> .....		<b>122</b>
<b>Anexo D – Placas de Orifício Comerciais</b> .....		<b>124</b>

## Índice de Figuras

Figura 3.1 - Calibração directa de sensores de caudal mássico .....	14
Figura 3.2 - Esquema base do método de diluição.....	16
Figura 3.3 - Variáveis conhecidas para aplicação do método de diluição .....	19
Figura 3.4 - Esquema do método de diluição utilizado neste trabalho (duas misturas) .....	21
Figura 3.5 – Fontes de incerteza na aplicação do método de diluição dinâmica .....	22
Figura 3.6 - Calibração directa do MFM OMRON 6DF-01A1-110 .....	24
Figura 3.7 - Dados para cálculo da incerteza associada ao MFM.....	26
Figura 3.8 - Dados obtidos pelo método de diluição.....	28
Figura 3.9 - Caudal mássico vs. $\langle [\text{CO}_2] \times G_{m1} \rangle$ .....	29
Figura 3.10 - Esquema do método de diluição utilizado neste trabalho .....	30
Figura 3.11 - Incerteza expandida nos pontos calculados pelo método de diluição dinâmica.....	32
Figura 3.12 - Incerteza expandida do caudal de gás de diluição, $G_{m2}$ [g/min].....	33
Figura 4.1 – Disposição das tomadas de pressão .....	39
Figura 4.2 – Esquemas das tomadas de pressão.....	41
Figura 4.3 – Placa de orifício normalizada.....	42
Figura 4.4 – Características da placa de orifício (Matos, 2004).....	43
Figura 4.5 – Esquema simplificado do hardware utilizado.....	45
Figura 4.6 - Sistema de aquisição e controlo .....	46
Figura 4.7 - Fotografia do sistema de aquisição e comando .....	47
Figura 4.8 - Leitura da pressão diferencial.....	51
Figura 4.9 – Fotografia das tomas de pressão.....	52
Figura 4.10 - Calibração directa do medidor de pressão diferencial .....	53
Figura 4.11 - Fotografia de três placas de orifício utilizadas.....	55
Figura 4.12 - Valores obtidos pela aplicação do modelo de orifício recomendado pela norma .....	59
Figura 4.13 - Velocidade do ar ao atravessar o orifício .....	60
Figura 4.14 - Interface gráfico do software GUM Workbench.....	61
Figura 4.15 - Caracterização da variável "P2-Pressão a jusante" .....	62
Figura 4.16 - Modelo analítico da placa de orifício .....	62
Figura 4.17 - Factores de sensibilidade calculados pelo software ("screenshot").....	64
Figura 4.18 - Incerteza Expandida calculada pelo software para um ponto. ....	65
Figura 4.19 - Incerteza expandida do modelo ISO .....	66
Figura 4.20 - Incerteza expandida do modelo ISO (orifício 36mm) .....	66
Figura 4.21 - Incerteza expandida, $U$ , em função do caudal mássico .....	67
Figura 4.22 - Gammas de utilização dos orifícios e erro associado .....	68
Figura 4.23 - Influência das várias componentes na incerteza expandida, $U$ (orifício $d=25\text{mm}$ ) ...	69
Figura 4.24 - Importância da incerteza de $\Delta p$ na incerteza expandida, $U$ .....	70

Figura 4.25 - Importância da incerteza de $\Delta p$ e de $T$ na incerteza expandida, $U$ .....	70
Figura 4.26 - Efeito de incerteza expandida proporcional à pressão diferencial .....	71
Figura 4.27 - Incerteza expandida em função de $\Phi$ (orifício $d=36\text{mm}$ ) .....	72
Figura 4.28 Incerteza expandida em função de $\phi$ (orifício $d=30\text{mm}$ ) .....	72
Figura 4.29 - Incerteza expandida em função de $\phi$ (orifícios $d=30,25,19.5$ e $15.5$ ) .....	73
Figura 4.30 - Gráfico de escolha de sensor de pressão diferencial.....	74
Figura 5.1 – Comparação entre os valores dados pelo modelo ISO e os valores calculados pelo método de diluição .....	76
Figura 5.2 - Comparativo entre a incerteza expandida da formulação ISO vs. método de diluição dinâmica .....	77
Figura 5.3 - Comparativo entre a incerteza expandida da formulação ISO ( $\phi=5\%$ ) vs. método de diluição dinâmica .....	78
Figura 5.4 - Erro normalizado.....	79
Figura 5.5 - Diferenças entre os dois métodos em percentagem .....	80
Figura 5.6 - Esquema genérico do método de calibração dinâmica.....	82
Figura 5.7 - Ajuste do modelo $ISO^{alterado}$ aos valores calculados pelo método de diluição .....	87
Figura 5.8 - Ajuste do modelo simplificado MS1 aos valores calculados pelo método de diluição .....	88
Figura 5.9 - Obtenção dos parâmetros $\psi_0$ e $\psi_1$ .....	89
Figura 5.10 - Ajuste do modelo MS1 aos valores calculados pelo método de diluição.....	90
Figura 5.11 - Ajuste do modelo simplificado MS2 aos valores calculados pelo método de diluição .....	90
Figura 5.12 - Ajuste do modelo MS2 aos valores calculados pelo método de diluição.....	91
Figura 6.2 - Sensor de velocidade do ar (dados e linhas de tendência).....	94
Figura 6.1 - Montagem para o sensor de velocidade do ar .....	94
Figura 6.3 - Sensor de velocidade do ar (dados e modelo) .....	95
Figura 6.4 - Resposta do sensor de velocidade do ar .....	96

## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Factor de expansão, k (95,45%) .....	9
Tabela 2.2 - Factor de expansão, k.....	10
Tabela 2.3 - Balanço de incerteza (ISO, 1995) .....	11
Tabela 3.1 - Balanço de incerteza para a medida de caudal mássico .....	25
Tabela 3.2 - Balanço de incerteza para o medidor de concentração de CO <sub>2</sub> .....	27
Tabela 3.3 - Balanço de incerteza para um caudal calculado pelo método de diluição dinâmica...	32
Tabela 4.1 – Expoente isentropico (White, 2003) .....	38
Tabela 4.2 – Coeficientes de expansão (Tabela A12 da Norma) (ISO5167-2, 2003) .....	38
Tabela 4.3 - Balanço de incerteza para o sensor de humidade.....	50
Tabela 4.4 - Balanço de incerteza associada à media de pressão diferencial .....	54
Tabela 4.5 - Factor de forma das placas de orifício utilizadas .....	54
Tabela 4.6 - Constantes utilizadas .....	63
Tabela 4.7 - Variáveis independentes utilizadas .....	63
Tabela 4.8 - Balanço de incerteza produzido pelo software para o modelo do orifício .....	65
Tabela 4.9 - Caudais mássicos correspondentes à valores de U [% da leitura].....	68
Tabela 4.10 - Comparativo da incerteza com medidores comerciais .....	74
Tabela 5.1 – Somatório dos desvios quadráticos nos vários modelos .....	91

## Lista de abreviaturas

DAO	- Departamento de Ambiente e Ordenamento da Universidade de Aveiro
EMA	- Erro máximo admissível
UE	- União Europeia
GMFM	- Gas mass flow meter (medidor de caudal mássico de gás)
GUM	- Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
ISO	- International Organization for Standardization
MFM	- Mass flow meter (medidor de caudal mássico)
UA	- Universidade de Aveiro
Ar	- Argon
CO <sub>2</sub>	- Dióxido de Carbono
N <sub>2</sub>	- Azoto
O <sub>2</sub>	- Oxigénio

## Nomenclatura

$C_d$	- Coeficiente de descarga	[-]
$d$	Diâmetro interior da placa de orifício	[m]
$D$	Diâmetro interior da tubagem	[m]
$E_n$	- Erro Normalizado	[-]
$F$	- Grau de fiabilidade inerente à incerteza de medição	[-]
$G_m$	- Caudal mássico de uma mistura gasosa	[kg.s <sup>-1</sup> ]
$G_{mj}$	- Caudal mássico da mistura gasosa $j$	[kg.s <sup>-1</sup> ]
$G_v$	- Caudal volumétrico de uma mistura gasosa	[L.min <sup>-1</sup> ]
$M_G$	- Massa molar de uma mistura gasosa	[kg.kmol <sup>-1</sup> ]
$p$	- Pressão absoluta	[Pa]
$p_{atm}$	- Pressão atmosférica	[Pa]
$R^*$	- Constante dos gases perfeitos (= 8314 J.kmol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	[J.kmol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$Re$	- Número de Reynolds	[-]
$s(\bar{q})$	- Desvio padrão experimental da média	[-]
$s(q)$	- Desvio padrão experimental da amostra	[-]
$s^2(x_i)$	- Estimativa da variância de uma grandeza de entrada	[-]
$T$	- Temperatura absoluta	[K]
$t$	- Tempo	[s]
$U$	- Incerteza Expandida de medição	[-]
$u(x_i)$	- Incerteza padrão da estimativa da grandeza de entrada	[-]
$U_D$	- Incerteza de medição na diluição dinâmica	[-]
$U_{ISO}$	- Incerteza de medição na formulação da ISO5167	[-]
$V$	- Resposta de um sensor (força electromotriz)	[Volts]
$\nu$	- Número de graus de liberdade	[-]
$\nu_{eff}$	- Número de graus de liberdade efectivos (associados à grandeza de saída, $y$ )	[-]
$Vel$	- Velocidade do Ar	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\nu_i$	- Número de graus de liberdade associados a uma grandeza	[-]
$Vol$	- Volume de gás	[L]
$x_D$	- Resultado de medição obtido através da diluição dinâmica	[variável]
$x_i$	- Observação ou estimativa de uma variável aleatória	[variável]
$X_i$	- Variável aleatória ou grandeza de entrada	[-]
$x_{ISO}$	- Resultado de medição obtido através da formulação da ISO5167	[variável]
$y$	- Estimativa de uma variável aleatória representando uma grandeza de saída	[-]
$Y$	- Variável aleatória representando uma grandeza de saída	[-]
$y_i$	- Fracção molar do componente $i$ (referido à mistura)	[kmol $i$ . kmol <sup>-1</sup> G]



$y_i$	- Fração molar do componente $i$ (referido a uma mistura)	[mol·mol <sup>-1</sup> ]
$y_{ij}$	- Fração molar do componente $i$ na mistura $j$	[mol·mol <sup>-1</sup> ]
$y_v$	- Fração molar de vapor de água numa mistura húmida	[kmol H <sub>2</sub> O .kmol <sup>-1</sup> G]
$\beta$	- Razão de diâmetros da placa de orifício	[-]
$\Delta p$	- Pressão diferencial	[Pa]
$\varepsilon_1$	- Factor de expansão	[-]
$\rho_G$	- Densidade da mistura gasosa	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\sigma$	- Desvio padrão	[-]

### Subscriptos

G	- referente a uma mistura de N componentes gasosos
$i$	- referente ao $i$ -ésimo componente de uma mistura gasosa
$j$	- referente ao sensor de caudal mássico $j$ ou à mistura $j$
M	- referente a uma mistura de gases



## **1 INTRODUÇÃO**

O controlo dos processos é uma necessidade fundamental nos dias de hoje, aplicando-se nos mais diversos equipamentos: automóveis, processos fabris, habitação, etc. Neste âmbito são indispensáveis os sensores que assegurem a monitorização desses processos. Os sensores são dispositivos de conversão de variáveis dos processos (nomeadamente pressão, temperatura, composição, caudal, etc.). Estes sensores diferem entre si substancialmente quer no que respeita ao princípio de medição quer na gama de aplicação, quer na incerteza quer naturalmente no custo. Uma característica comum a todos os sensores é a circunstância de apresentar uma função de medição que relaciona a variável física que está a ser medida com uma grandeza análoga de outra natureza, geralmente eléctrica (resistência, tensão ou corrente eléctrica).

Um instrumento de medição é constituído por um componente sensor e um dispositivo condicionador da medida (geralmente um circuito eléctrico). Este conjunto tem implícita uma função e algoritmo de medição que transforma a grandeza ambiental a medir num valor passível de ser utilizado na cadeia de controlo a jusante. Essa função de medição necessita de ser adequadamente calibrada de modo a permitir a posterior utilização do valor obtido seja num processo de registo ou de controlo.

Adicionalmente deverá ser conhecida a incerteza associada à medição de forma a permitir saber como esta incerteza se propagará afectando todo o processo de medição e controlo a jusante, permitindo desenhar “loops” de controlo robustos.

Neste trabalho serão estudadas várias metodologias de medição de caudal de gás e avaliadas as respectivas incertezas.

### **1.1 MEDIÇÃO DE CAUDAIS**

A medição de caudais é um aspecto de operação essencial à condução de um qualquer processo aberto, e respeita ao débito mássico ou volumétrico de um dado material. Sendo que o conceito é aplicável a materiais em diferente estado físico existe um muito variado número de técnicas de medição cuja aplicação depende da natureza e composição dos fluxos materiais, mas também das condições em que se apresentam, nomeadamente de pressão e temperatura e da gama de medição.

A medição de caudal de fluidos está dividida em dois tipos:

- Medição de quantidade por deslocamento positivo: dividindo o caudal em quantidades discretas e medindo-as directamente com balanças, pistões, contadores de gás seco, etc.;
- Medição de taxa de quantidade de fluido: em que o fluxo é monitorizado continuamente através de uma ou mais variáveis que permitem inferir a massa ou volume de fluido por unidade de tempo (caudal ou débito): este tipo de dispositivo de medição está inserido no fluido, podendo abarcar a sua totalidade ou apenas uma parte, e inclui: placa de orifício, tubo de Venturi, tubo de Pitot, turbina, resistência aquecida, rotâmetro, sensor de caudal mássico, etc.

Neste trabalho iremos utilizar medidores do segundo tipo e, em particular, dois tipos de medidores de caudal de fluido: placa de orifício e medidor de caudal mássico. Será também caracterizado um sensor de velocidade de gases aplicado na medição de caudal mássico.

## **1.2 OBJECTIVOS DO PRESENTE TRABALHO**

Neste trabalho procura-se melhorar o conhecimento de dois tipos de medidores de caudais de gases, a saber: medidores de caudal mássico e medidores de placa de orifício. Para o referido efeito, pretende-se desenvolver e aplicar uma metodologia de avaliação metrológica de sensores de caudal de gás no âmbito de uma plataforma de hardware e software disponível e operacional, fazendo uso da metodologia de medição de caudal mássico por diluição dinâmica de uma substância traçadora gasosa, avaliando o efeito das variáveis operacionais e produzindo funções de medida adequadas para cada um dos sensores a ensaiar.

Pretende-se obter modelos da função de medição da mensuranda, ou seja, a função que relaciona o caudal (a variável dependente, grandeza de saída) com as grandezas de entrada que estão na base do modelo de medição (temperatura, pressão, perda de carga, composição).

Pretende-se ainda estabelecer, aplicar e consolidar um procedimento de avaliação metrológica dos sensores a ensaiar com base na metodologia GUM de avaliação de incerteza de medição, pela aplicação de balanços de incerteza e pela utilização de um

pacote de software específico com base na avaliação de incerteza associada a cada medida.

Neste trabalho a medição de caudais limita-se a caudais de gases na gama de 100 a 2200 gramas por minuto, aplicado a ar à temperatura ambiente e à pressão atmosférica.

Os objectivos específicos para este trabalho incluem:

- (a) Elaboração de um modelo de avaliação de incerteza de acordo com a metodologia GUM.
- (b) Elaboração de modelos de medição para sensores de caudal mássico para diferentes sensores de caudal a partir da respectiva calibração;
- (c) Estudo das incertezas associadas ao método da diluição dinâmica;
- (d) Estudo das incertezas associadas ao modelo de medida de placa de orifício desenhado de acordo com a norma (ISO5167-1, 2003).
- (e) Aplicação destas metodologias a dados obtidos experimentalmente;
- (f) Comparação dos modelos e respectivas incertezas associadas aos dois métodos;
- (g) Obtenção de modelos ajustados aos dados utilizando método de minimização;

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

O desenvolvimento deste trabalho ao longo das páginas seguintes segue o seguinte fio de Ariadne:

No capítulo 2 é abordada a metodologia de avaliação da incerteza associada a uma medição tal como recomendada no GUM - *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM, 1993).

No capítulo 3, serão apresentados os dois métodos de calibração utilizados: calibração directa e calibração por diluição dinâmica, incluindo a incerteza associada a cada um deles implementado balanços de incerteza de acordo com a metodologia GUM.

No capítulo 4, é descrito o medidor de caudal de placa de orifício para o qual é feita uma resenha histórica, é descrita a formulação analítica para a placa de orifício recomendada pela norma ISO5167 (*Measurement of fluid by means pressure diferencial devices inserted in circular-cross section conduits running full*). Este modelo de medição é depois

sujeito a um procedimento de avaliação da incerteza associada a esta formulação por utilização de um software específico de cálculo de incertezas e os resultados são comparados com os valores reportados pelos fabricantes de alguns medidores de placa de orifício comerciais

No capítulo 5 são comparados os resultados obtidos pelo método de diluição dinâmica e pela formulação recomendada pela norma referida. De facto, ambas as metodologias produzem resultados para a mesma variável física – o caudal mássico – sendo neste capítulo feita a sua comparação.

Foi ainda aplicado o método da diluição dinâmica à calibração de um sensor de velocidade de ar de modo a obter um modelo para o caudal mássico que passa pelo sensor. Este modelo, bem como a respectiva incerteza associada à medição, foram abordados no capítulo 6.

Por fim, nos capítulos 7 e 8, são discutidos os resultados obtidos, discutidas as limitações deste trabalho e sugeridas possíveis linhas de acção orientadoras de trabalhos futuros.

Fazem parte do trabalho ainda as referências bibliográficas e os anexos onde estão enumerados os dados que serviram de base aos resultados apresentados (anexo A). Os factores de sensibilidade derivados analiticamente para o medidor de placa de orifício (anexo B), métodos de optimização (anexo C) e por fim uma descrição de algumas placas de orifício comerciais (anexo D).

## 2 MEDIÇÕES E INCERTEZAS ASSOCIADAS

O resultado de uma medição (valor de uma mesuranda) é uma estimativa do “valor real” (GUM, 1993). Para que este valor da medição possa ser utilizado deverá ser acompanhado de uma estimativa da sua incerteza.

Para expressar esta incerteza será utilizado como documento de referência a publicação da ISO - *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM, 1993).

O GUM é considerado o documento mais importante na avaliação de incertezas de medição (Sillanpaa, 2009).

### 2.1 CARACTERIZAÇÃO DA INCERTEZA

O GUM identifica dois tipos de incertezas que podem ser associados às quantidades de entrada. Estas incertezas são referenciadas como incertezas padrão do “Tipo A” e do “Tipo B” aos quais estão associados métodos diversos de cálculo da incerteza padrão.

#### 2.1.1 INCERTEZA PADRÃO “TIPO A”

A incerteza padrão “Tipo A” aplica-se à caracterização estatística de um conjunto de dados obtidos experimentalmente e à quantificação da respectiva incerteza. Na maior parte dos casos a melhor estimativa ao valor de uma grandeza  $q$  com comportamento aleatório é simplesmente a média aritmética de  $n$  observações.

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i \quad \text{Eq. 2.1}$$

Ou seja, para uma quantidade de entrada  $X_i$ , estimada a partir de  $n$  observações independentes  $X_{i,k}$ , a média aritmética  $\bar{X}_i$  obtida da equação anterior é utilizada como valor estimado da grandeza de entrada  $x_i$  na Eq. 2.3 para determinar o resultado  $y$ . O desvio padrão da média do conjunto das observações é dado por:

$$s(\bar{q}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2} \quad \text{Eq. 2.2}$$

Para incertezas padrão do tipo A o desvio padrão é usado directamente como valor da incerteza padrão, calculada de acordo com a equação anterior.

### 2.1.2 INCERTEZA PADRÃO “TIPO B”

A incerteza padrão “Tipo B” aplica-se quando a informação que está disponível sobre uma determinada quantidade de entrada não é retirada directamente da amostra experimental. Nestes casos o desvio padrão é avaliado baseando-se em informações disponíveis:

- Dados de medições anteriores;
- Experiencia ou conhecimento sobre as propriedades de comportamento de materiais e instrumentos;
- Especificações de fabricantes;
- Incertezas retiradas de documentação de referência;
- Certificados de calibração.

Uma incerteza padrão tipo B bem caracterizada será tão válida como uma avaliação do tipo A, nomeadamente em processos de medição onde o número de pontos de medição independentes é pequeno (EAL-R1, 1999) .

Para determinar a incerteza padrão  $u(x_i)$  associada à quantidade de entrada  $X_i$  temos (JCGM100, 2008),(GUM, 1993):

- Se estiver disponível um valor resultante de: medição prévia, valor de referência retirado da literatura ou um valor de correcção, então esse valor é utilizado para  $u(x_i)$ ;
- Se for conhecida a distribuição de probabilidade associada à quantidade de entrada então deverá ser utilizado para  $u(x_i) = s$ ;
- Se se conhecer um limite máximo e mínimo, respectivamente  $+a$  e  $-a$ , e a distribuição de probabilidade for uniforme, então deverá ser utilizado para  $u^2(x_i)=a^2/3$ ;



- Se se conhecer um limite máximo e mínimo, respectivamente  $+a$  e  $-a$ , e a distribuição de probabilidade for triangular, então deverá ser utilizado para  $u^2(x_i) = a^2/6$ ;
- Se se conhecer um limite máximo e mínimo, respectivamente  $+a$  e  $-a$ , e a distribuição de probabilidade for em forma de "U", então deverá ser utilizado para  $u^2(x_i) = a^2/2$ ;
- Se for conhecido o valor da incerteza expandida retirado por exemplo de um certificado de calibração, então deverá ser utilizado  $u(x_i) = U/k$ , onde  $U$  é a incerteza expandida e  $k$  é o factor de expansão dado pela Tabela 2.2.

## 2.2 CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

De acordo com o GUM (GUM, 1993) o valor estimado  $y$  de uma mensuranda  $Y$  é obtido a partir dos valores estimados da grandeza entrada para o processo  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , para os valores das  $N$  quantidades  $X_1, X_2, \dots, X_N$ . Assim o valor estimado  $y$  da mensuranda pode ser obtido por:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad \text{Eq. 2.3}$$

Será necessário conhecer as incertezas associadas às quantidades de entrada para o processo  $x_i - u(x_i)$  – chamada incerteza padrão. Considerando os valores estimados das quantidades de entrada como não correlacionadas a incerteza padrão combinada da estimativa da mensuranda –  $u_c(y)$  – pode ser calculada da seguinte forma:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) \quad \text{Eq. 2.4}$$

Onde

$$\begin{array}{ll} u(x_i) & \text{Incerteza padrão da quantidade de entrada } x_i \\ \frac{\partial f}{\partial x_i} & \text{Coeficiente de sensibilidade} \end{array}$$

Se as estimativas das quantidades de entrada forem correlacionadas a incerteza padrão combinada do valor da estimativa da mensuranda pode ser calculada da seguinte forma:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad \text{Eq. 2.5}$$

Onde

$u(x_i)$  Incerteza padrão da quantidade de entrada  $x_i$   
 $u(x_i, x_j)$  Covariância de  $x_i, x_j$

Caso as quantidades de entrada sejam correlacionadas então a sua co-variância é diferente de zero. A correlação entre as diversas quantidades de entrada pode ser calculada pela Eq. 2.5.

O coeficiente de correlação entra duas quantidades de entrada  $x_i$  e  $x_j$  pode ser calculado pela seguinte equação:

$$r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)} \quad \text{Eq. 2.6}$$

$$-1 \leq r(x_i, x_j) \leq 1$$

Se  $r(x_i, x_j) = 0$  então as quantidades  $x_i$  e  $x_j$  são independentes e  $u(x_i, x_j) = 0$ , e a Eq. 2.5 reduz-se à Eq. 2.4.

## 2.3 INCERTEZA EXPANDIDA

Dado que a incerteza combinada  $u_c(y)$ , caso sejam válidas as assumções do teorema do limite central (ISO, 1995)-G2.3, pode ser considerada como tendo uma distribuição normal. Deste modo podemos atribuir níveis de confiança a intervalos centrados no valor médio. O intervalo corresponde a um desvio padrão experimental representa um intervalo de confiança de aproximadamente 68%, é normalmente considerado insuficiente para garantir uma boa confiança do modelo, pelo que por convenção, o adequado e utilizado na maioria dos casos corresponde a um intervalo de confiança de 95%.

A incerteza expandida da medição,  $U$ , resulta da aplicação de um factor de expansão,  $k$ , de acordo com nível de confiança exigido à incerteza padrão da medição, dada por:

$$U = k \cdot u_c(y) \quad \text{Eq. 2.7}$$

O factor **k** (para um nível confiança de 95,45%) pode ser retirado da seguinte tabela (EAL-R1, 1999):

**Tabela 2.1 - Factor de expansão, k (95,45%)**

Veff	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2

ou, para outros valores de nível de confiança, da Tabela 2.2.

Uma vez que uma das principais limitações deste método é que para um número insuficiente de medições os pressupostos do teorema do limite central não sejam satisfeitas, ou seja, que o desvio padrão da média não ser representativo do desvio padrão da população. Assim o GUM apresenta um método que, fazendo uso dos graus de liberdade efectivos, permite recomendar o uso de um factor de expansão mais alargado caso não existam observações suficientes.

Para tal será necessário o cálculo do número de graus de liberdade efectivos.

## 2.4 GRAUS DE LIBERDADE EFECTIVOS

Para calcular o número de graus de liberdade efectivos,  $\nu_{eff}$ , de uma incerteza combinada  $u_c(y)$  ter-se-á que previamente caracterizar o número de graus de liberdade,  $\nu_i$ , que cada uma dos componentes  $u_i(y)$  tem.

No caso de  $u_i(y)$  que provenha do estudo estatístico directo de  $n$  observações (Tipo A), temos que  $\nu_i = n - 1$ .

No caso de incertezas  $u_i(y)$  tipo B, normalmente não existe informação suficiente sobre o tamanho da amostra, e  $\nu_i$  pode ser calculado da seguinte forma(ISO, 1995):

$$\nu_i = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right)^{-2} \quad \text{Eq. 2.8}$$

Onde  $\Delta u(x_i)$  representa a possível variação da incerteza.

O grau de fiabilidade define-se como:

$$F = 1 - \frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \quad \text{Eq. 2.9}$$

Ou seja, se considerarmos uma fiabilidade de 90% temos que  $\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} = 0.1$ , correspondendo a um  $\nu_i = 50$ .

O número de graus de liberdade efectivos,  $v_{eff}$ , é calculado por:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad \text{Eq. 2.10}$$

A partir de  $v_{eff}$  o valor de  $k$  pode ser obtido a partir da Tabela 2.2.

**Tabela 2.2 - Factor de expansão, k**

Graus de liberdade efectivos (Veff)	Probabilidade de ocorrência					
	68,27	90,00	95,00	95,45	99,00	99,73
1,00	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2,00	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3,00	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4,00	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5,00	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6,00	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7,00	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8,00	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9,00	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10,00	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11,00	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12,00	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13,00	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14,00	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15,00	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16,00	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17,00	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18,00	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19,00	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20,00	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25,00	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30,00	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35,00	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40,00	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45,00	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50,00	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100,00	1,01	1,66	1,98	2,03	2,63	3,08
∞	1,00	1,65	1,96	2,00	2,58	3,00

## 2.5 APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Um dos principais objectivos da ISO ao publicar o GUM foi tentar padronizar o modo como a incerteza é calculada e apresentada em publicações científicas, técnicas e comerciais. Assim convencionou que a incerteza deverá ser reportada da seguinte forma:

$$Y = y \pm U \quad \text{Eq. 2.11}$$

Onde  $y$  é o melhor valor estimado para a mensuranda  $Y$ , e  $U$  a incerteza expandida.

A incerteza expandida,  $U$ , deve ser apresentada com um máximo de dois algarismos significativos.

O valor de  $y$ , melhor estimativa para a mensuranda, deve ter um número de dígitos significativos nunca superior ao padrão utilizado.

Deverá ainda ser acompanhado com uma referência ao GUM e ser explicitado o factor  $k$  utilizado e o correspondente intervalo de confiança.

**Tabela 2.3 - Balanço de incerteza (ISO, 1995)**

Quantidade de entrada ( $X_i$ )	Estimativa ( $x_i$ )	Incerteza padrão ( $u(x_i)$ )	Coeficiente de sensibilidade ( $c_i$ )	Incerteza padrão parcial ( $u_i(y)$ )	Graus de liberdade ( $v_i$ )
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$	$c_1$	$u_1(y)$	$v_1$
$X_2$	$x_2$	$u(x_2)$	$c_2$	$u_2(y)$	$v_2$
...	...	...	...	...	...
$X_n$	$x_n$	$u(x_n)$	$c_n$	$u_n(y)$	$v_n$

Incerteza padrão da medição	$u(y)$
Graus de liberdade efectivos	$v_{eff}$
Factor de expansão	$k$
Incerteza expandida	$U$
$Y = y \pm U$	

### 2.5.1 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

O procedimento de cálculo referido na secção anterior poder ser efectuado sobre uma folha de cálculo (Excel), o que permite articular eficientemente uma cadeia de medição e respectivas incertezas.

Adicionalmente, para cálculo da incerteza, foi também utilizada uma aplicação de software – GUM Workbench – distribuído pelo Danish Technological Institute, versão 2.4.1.384 (demonstração), que está descrita na secção 4.4.1.

Este software permite aplicar a metodologia GUM ao estudo da incerteza de mensurandas partindo da formulação do modelo de medida respectivo e da caracterização estatística das variáveis de entrada do modelo permite calcular as incertezas associadas de todo o processo de medida, efectuando ainda o cálculo analítico dos factores de sensibilidade.

### **3 PRINCÍPIOS DE CALIBRAÇÃO DE MEDIDORES DE CAUDAL DE GÁS**

A medição é o processo de quantificação de qualidades de objectos e fenómenos. A rentabilidade da produção e a qualidade dos produtos industriais dependem da incerteza das medições realizadas no âmbito dos processos produtivos. Tendo em vista a garantia do rigor das medidas desenvolveu-se a ciência da metrologia.

A metrologia é a ciência da medição instituindo referenciais (padrões) essenciais à garantia da qualidade das medições. No âmbito do processo de medição é essencial a verificação do rigor e da reprodutibilidade dos instrumentos e métodos de medição, a sua caracterização estatística de forma a tornar os equipamentos e testá-los para um funcionamento fiável. Esta caracterização estatística é posteriormente utilizada para melhorar a medição.

A aplicação de um instrumento a um processo de medição necessita de um procedimento de calibração, para o que necessita de fazer uso de referenciais rastreados aos padrões primários.

Neste trabalho iremos procurar a caracterização dos sensores em estudo e a posterior obtenção de curvas de calibração dos sensores em estudo. Estes sensores serão medidores de caudal mássico de gases (GMFM – gasmassflow meter) também referidos como caudalímetros.

No caso presente, o processo de calibração de medidores de caudal de ar é condicionado pela dimensão do caudal e dos instrumentos calibradores disponíveis. Para os sensores de caudal de pequena dimensão é possível efectuar a calibração directa colocando o calibrador e o sensor a calibrar em série; para os sensores de caudal de maior dimensão torna-se necessário usar processos de calibração ditos indirectos.

Os métodos de calibração de caudalímetros que iremos utilizar serão métodos de calibração directa e calibração por diluição dinâmica. No método de calibração directa o resultado do sensor é comparado directamente com um valor conhecido de caudal (outro medidor). No método de calibração por diluição dinâmica não é viável ou mesmo possível a calibração directa pelo que o valor do caudal é inferido indirectamente a partir de medidas da composição de uma mistura gasosa e de um caudal de uma substância traçadora, através de um procedimento de balanço mássico.

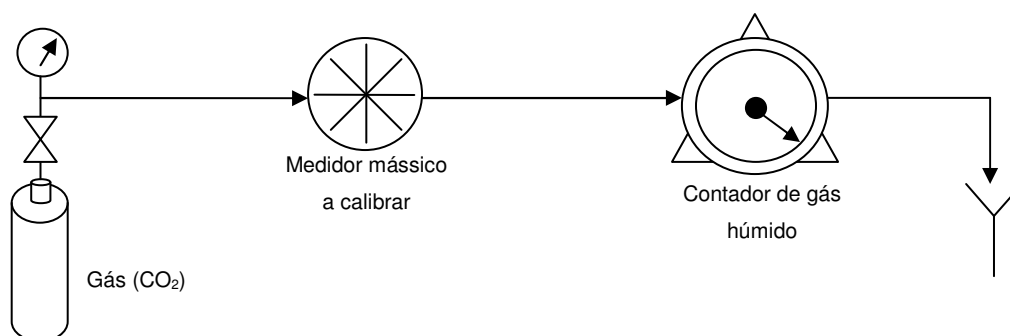
A escolha dos modelos que caracterizam a resposta dos sensores será feita tendo em conta o princípio de medição.

Uma abordagem pragmática com base em modelos de regressão arbitrários poderá ser uma boa alternativa, nomeadamente nos casos em que o referido modelo é mais complexo. Para este efeito é corrente o procedimento de cálculo dos coeficientes do modelo arbitrário a partir das técnicas de minimização de desvios quadráticos.

### 3.1 CALIBRAÇÃO DIRECTA

Um instrumento pode ser calibrado directamente utilizando um outro instrumento calibrado previamente.

Neste trabalho será utilizado, para a calibração dos sensores de caudal mássico (GMFM – gas mass flow meter), a calibração directa utilizando para isso, como instrumento de calibração, um contador de gás húmido. Assim temos a montagem da seguinte figura:



**Figura 3.1 - Calibração directa de sensores de caudal mássico**

O objectivo deste processo de calibração é obter a equação que melhor modeliza o comportamento do medidor de caudal, relacionando o caudal que nele passa com o valor da saída em tensão (output) ou resposta,  $V$  (volt) apresentado pelo sensor, genericamente dado por:

$$Gm = f(V) \quad \text{Eq. 3.1}$$

Para obter esta relação é necessário ensaiar o sensor com diferentes caudais conhecidos,  $Gm$ , obtidos a partir do calibrador e registar a respectiva resposta,  $V$ . Assim, após a obtenção de um conjunto de pares de valores,  $\{Gm_i, V_i\}$ , e através de um método de minimização (ex: regressão linear), é possível seleccionar um modelo que, de acordo com um determinado critério (ex: minimização de desvios quadráticos), melhor se adapte a esse conjunto de dados – a equação de calibração.



Um contador de gás húmido como calibrador do caudal fornece uma medição instantânea. De facto, um contador de gás húmido não é mais que um contador de impulsos que acumula o volume de gás que o atravessa. Deste modo, se durante um período de tempo  $t$  passar o volume de gás **Vol** o valor médio do caudal volumétrico, **Gv**, que passou no medidor de caudal a calibrar será:

$$\overline{Gv} = \frac{Vol}{t} \quad Eq. 3.2$$

O caudal mássico que atravessa o calibrador determina-se com base na equação dos gases perfeitos:

$$\overline{Gm} = \frac{\overline{Gv} \cdot P \cdot M_G}{R^* \cdot T} \quad Eq. 3.3$$

Em que  $T$  é a temperatura absoluta,  $P$  é a pressão absoluta a que opera o calibrador, sendo  $M_G$  a massa molar do gás em ensaio.

Por outro lado o sensor mássico a calibrar dá-nos uma saída em tensão (V) que flutuará ao longo do período  $t$  de medida. Desta flutuação extrairemos o valor médio:

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n V_k \quad Eq. 3.4$$

onde  $n$  é o número de medidas discretas tomadas durante o período de tempo  $t$  do ensaio.

Deste modo obtemos um conjunto de pares de pontos  $\{\overline{Gm}, \bar{V}\}$  que servirão de base para a obtenção do modelo de calibração do sensor. Este modelo arbitrário relacionará a variável independente,  $V$ , com a mensuranda, **Gm**, e tomará a forma:

$$\overline{Gm} = f(\bar{V}) \quad Eq. 3.5$$

que se admitirmos que toma uma forma linear nos parâmetros, como por exemplo:

$$\overline{Gm} = \sum_{i=1}^m a_i \cdot f_i(\bar{V}) \quad Eq. 3.6$$

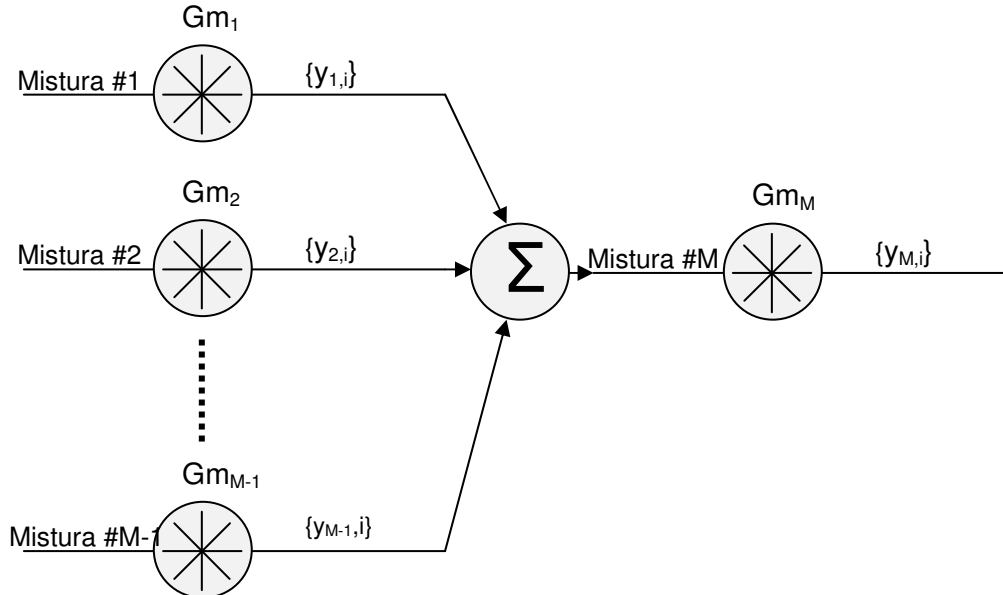
poderá ser aproximada fazendo uso do método dos mínimos quadráticos para obter os parâmetros de regressão,  $a_i$ .

A escolha das funções  $f_i()$  será feita através de um processo de tentativa erro de modo a escolher as que melhor se adaptam ao conjunto de dados disponível. Neste trabalho a equação Eq. 3.6 tomou um formato polinomial com  $f_i(x) = x^i$ .

A resposta do MFM é diferente consoante o gás que o atravessa. De facto o princípio de medida é dependente das propriedades termofísicas do gás. Assim a calibração terá que levar este facto em linha de conta, desenvolvendo, por exemplo, uma família de curvas para os vários gases puros e/ou misturas com interesse. A este respeito ver a metodologia desenvolvida por (Matos, et al., 2010) onde foram desenvolvidos factores de resposta de diversos gases em relação a um gás base. Neste âmbito o cálculo do caudal mássico de uma mistura pode ser efectuado a partir da resposta do sensor desde que seja conhecida a abundância de cada espécie gasosa e o respectivo factor de resposta específico de cada componente gasoso da mistura. Consideramos ainda que as restantes variáveis ambientais (temperatura do sensor, pressão do gás, etc) que actuam sobre o próprio sensor não influenciam significativamente o resultado da medição.

### 3.2 CALIBRAÇÃO POR DILUIÇÃO DINÂMICA

Dado uma mistura de  $M-1$  caudais mássicos de gás ( $G_{mj}$ ,  $j=1,2,..M-1$ ) em paralelo e as respectivas composições molares num total de  $N$  componentes ( $y_{ij}$ ,  $i=1,2,..N$ ), de acordo com a figura seguinte:



**Figura 3.2 - Esquema base do método de diluição**

Onde:

$G_{mj}$  Caudal mássico da mistura  $j$  no caudalímetro  $j$ ,  $j = 1 \dots M$

$y_{j,i}$  Fracção molar do gás  $i$  na mistura  $j$ ,  $i = 1 \dots N$

De acordo com a nomenclatura da figura anterior, para cada mistura gasosa se for conhecida a composição gasosa de  **$M-1$**  misturas gasosas e o respectivo caudal mássico, fazendo o balanço mássico é possível obter a composição da mistura final  $y_{M,i}$  e o respectivo caudal mássico  **$Gm_M$** .

O caudal mássico da mistura final  **$G_{mM}$**  obtém-se por aplicação da lei da conservação da massa ou seja é dada pelo somatório dos diferentes caudais mássicos da mistura dada por:

$$Gm_M = \sum_{j=1}^{M-1} Gm_j \quad \text{Eq. 3.7}$$

E, para cada mistura  $j$ :

$$Gm_j = \sum_{i=1}^N Gm_{j,i} \quad \text{Eq. 3.8}$$

O mesmo princípio se aplica em relação a cada para cada componente gasoso  $i$ , ou seja:

$$Gm_{M,i} = \sum_{j=1}^{M-1} Gm_{j,i} \quad , \text{para cada gás } i \quad \text{Eq. 3.9}$$

A composição molar da  $M$ -ésima mistura determina-se reescrevendo a equação anterior, ou seja, para cada componente gasoso  $i$  da mistura final  **$M$**  temos:

$$\frac{y_{M,i}}{\sum_{i=1}^N y_{M,i} \cdot M_i} \cdot Gm_M = \sum_{j=1}^{M-1} \frac{y_{j,i}}{\sum_{i=1}^N y_{j,i} \cdot M_i} \cdot Gm_j \quad \text{Eq. 3.10}$$

Onde:

$M_i$  Massa molar do gás  $i$

e

$$\sum_{i=1}^N y_{j,i} = 1, \text{ para todas as misturas } j = 1 \dots M \quad \text{Eq. 3.11}$$

Obtemos, substituindo a Eq. 3.7 na Eq. 3.10, um conjunto de  $(N + M)$  equações com  $(N \cdot M + M - 1)$  incógnitas ( $N \cdot M$  correspondendo aos  $y_{j,i}$ , e  $M - 1$  correspondendo aos caudais mássicos  $Gm_j$  independentes, sendo os gases  $i$  com massa molar  $M_i$  conhecida):

$$\begin{cases} \frac{y_{M,i}}{\sum_{i=1}^N y_{M,i} \cdot M_i} \cdot \sum_{j=1}^{M-1} Gm_j = \sum_{j=1}^{M-1} \frac{y_{j,i}}{\sum_{i=1}^N y_{j,i} \cdot M_i} \cdot Gm_j & \text{para } i = 1 \dots N \\ \sum_{i=1}^N y_{j,i} = 1 & \text{para } j = 1 \dots M \end{cases} \quad \text{Eq. 3.12}$$

Há que notar que das  $N$  equações do termo superior do sistema da Eq. 3.12, apenas  $N - 1$  são linearmente independentes e por isso podemos arbitrariamente eliminar uma delas, por exemplo a correspondente a índice  $N$  reduzindo-se o sistema a  $(N + M - 1)$  equações com  $(N \cdot M + M - 1)$  incógnitas.

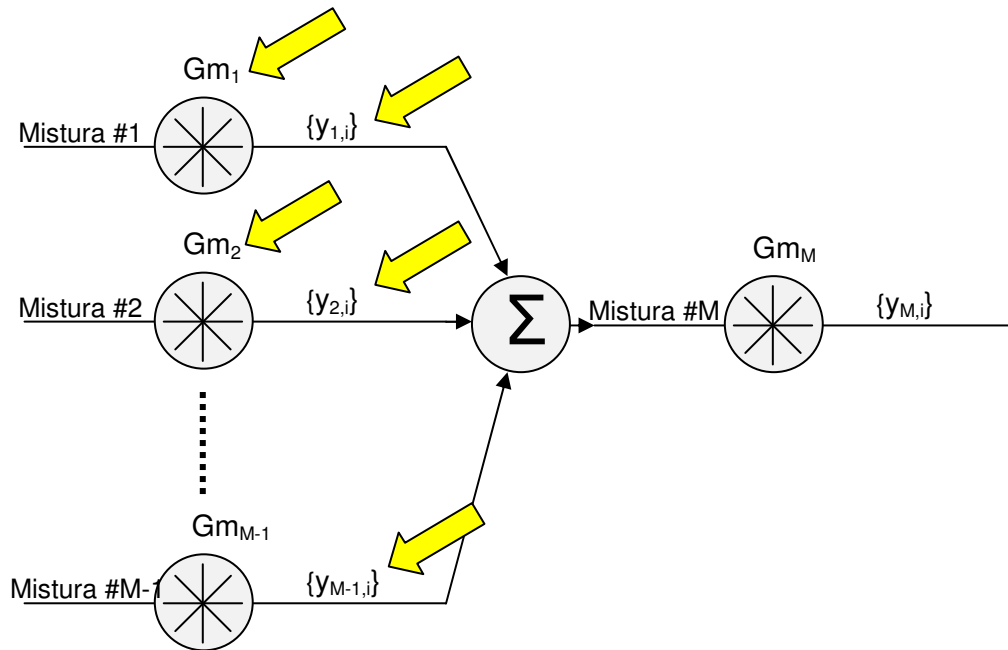
### 3.2.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE DILUIÇÃO PARA A CALIBRAÇÃO DE CAUDALÍMETROS

O sistema da Eq. 3.12 não tem solução única sem que sejam impostas restrições.

Para poder ser utilizado para calibração de caudalímetros ter-se-á que conhecer o valor de algumas incógnitas. Para isso escolhemos conhecer:

Incógnita	Índice	Comentário	Método de obtenção
$Gm_j$	$j = 1 \dots M - 2$	Conhecemos o caudal mássico em $M - 2$ caudalímetros	Medição calibrada
$y_{j,i}$	$i = 1 \dots N$ $j = 1 \dots M - 1$	Composição gasosa das $M - 1$ misturas ( $N \cdot (M - 1)$ variáveis)	Análise química

Na figura seguinte encontram-se indicadas com setas as variáveis conhecidas:



**Figura 3.3 - Variáveis conhecidas para aplicação do método de diluição**

Assim o sistema da Eq. 3.12 reduz-se a um sistema de **(N)** equações com **(N+1)** incógnitas (sendo os gases **i** com massa molar **M<sub>i</sub>** conhecida) com a seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{y_{M,i}}{\sum_{i=1}^N y_{M,i} \cdot M_i} \cdot \sum_{j=1}^{M-1} Gm_j = \sum_{j=1}^{M-1} \frac{y_{j,i}}{\sum_{i=1}^N y_{j,i} \cdot M_i} \cdot Gm_j & \text{para } i = 1 \dots N - 1 \\ \sum_{i=1}^N y_{j,i} = 1 & \text{para } j = M \end{array} \right. \quad \text{Eq. 3.13}$$

Para resolver este sistema torna-se necessário conhecer o valor de mais uma incógnita. Se escolhermos conhecer o valor de **Gm<sub>M-1</sub>** a resolução do sistema dá-nos a composição da mistura final. No entanto como o objectivo é calibrar o medidor de caudal **M-1**, é precisamente o valor de **Gm<sub>M-1</sub>** que queremos obter. Temos por isso que escolher outra incógnita. Assim escolhe-se arbitrariamente o valor da fracção molar de um dos componentes da mistura final **y<sub>M,x</sub>** e o sistema passa a ter solução (**N** equações a **N** incógnitas). Na prática utiliza-se um medidor de concentração gasosa para medir o componente gasoso escolhido e, resolvendo o sistema **N** equações a **N** incógnitas, obter o valor do caudal mássico **Gm<sub>M-1</sub>** e as fracções molares das restantes componentes gasosas da mistura final.

Podemos então resumir:

Incógnita	Índice	Comentário	Método de obtenção
$Gm_j$	$j = 1 \dots M-2$	Caudal mássico em <b>M-2</b> caudalímetros.	Medição calibrada de caudal mássico
$y_{j,i}$	$i = 1 \dots N$ $j = 1 \dots M-1$	Composição gasosa das <b>M-1</b> misturas	Análise química
$Y_{M,x}$	$j = x$	Fracção molar do componente <b>x</b> da mistura final	Medição calibrada de concentração gasosa
$Gm_{M-1}$	$j = M-1$	Caudal mássico do medidor a calibrar	Resolução do sistema de equações (NxN) da Eq. 3.13
$y_{j,i}$	$i = 1 \dots N$ $j = 1 \dots M-1$ $j \neq x$	Fracções molares das restantes componentes gasosas da mistura final	

Deste modo é possível calcular o caudal  $Gm_{M-1}$  que passa no medidor **M-1**. Este valor calculado será utilizado para calibrar o medidor **M-1**. Será utilizado como dado de entrada para um processo de identificação em conjunto com os valores de outras variáveis independentes de modo a obter os coeficientes de um modelo analítico proposto.

A Eq. 3.13 pode ser escrita da forma seguinte (Matos, et al., 2010):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y_{M,i}}{\sum_{i=1}^N y_{M,i} \cdot M_i} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{M-1} Gm_j} \sum_{j=1}^{M-1} \frac{y_{j,i}}{\sum_{i=1}^N y_{j,i} \cdot M_i} \cdot Gm_j \quad \text{para } i = 1 \dots N-1 \\ \sum_{i=1}^N y_{j,i} = 1 \quad \text{para } j = M \end{array} \right. \quad \text{Eq. 3.14}$$

Definindo  $b_i$  como:

$$b_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^{M-1} Gm_j} \sum_{j=1}^{M-1} \frac{y_{j,i}}{\sum_{i=1}^N y_{j,i} \cdot M_i} \cdot Gm_j \quad \text{para } i = 1 \dots N-1 \quad \text{Eq. 3.15}$$

A Eq. 3.13 pode ser escrita da forma seguinte:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N y_{M,i} \cdot M_i - \frac{y_{M,i}}{b_i} = 0 \quad \text{para } i = 1 \dots N-1 \\ \sum_{i=1}^N y_{j,i} = 1 \quad \text{para } j = M \end{array} \right. \quad \text{Eq. 3.16}$$

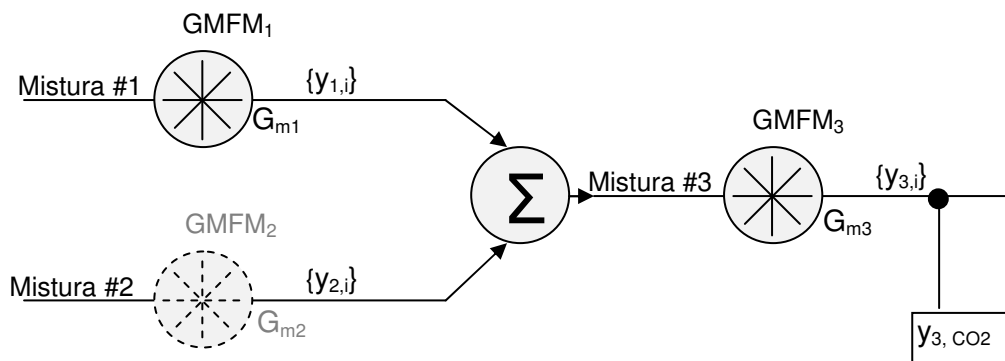
O que pode ser escrito em formato matricial resultando um sistema linear de  $N \times N$  equações com  $N$  incógnitas.

$$\begin{bmatrix} \left(M_1 - \frac{1}{b_1}\right) & M_2 & \dots & M_{N-1} & M_N \\ M_1 & \left(M_2 - \frac{1}{b_2}\right) & \dots & M_{N-1} & M_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_1 & M_2 & \dots & \left(M_{N-1} - \frac{1}{b_{N-1}}\right) & M_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_{M,1} \\ y_{M,2} \\ \vdots \\ y_{M,N-1} \\ y_{M,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.17}$$

Este sistema pode ser resolvido por um método clássico de resolução de sistemas de equações lineares de modo a calcular a composição molar do gás  $M$ .

### 3.2.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DILUIÇÃO DINÂMICA

A aplicação do modelo de calibração por diluição dinâmica foi ensaiado em diferentes dispositivos destinados a serem usados como medidores de caudal. A figura seguinte detalha o esquema de interligação dos diferentes dispositivos necessários ao processo de calibração do medidor de caudal cujo modelo de resposta se pretende determinar nomeadamente o medidor de placa de orifício, que é objecto de estudo neste trabalho.



**Figura 3.4 - Esquema do método de diluição utilizado neste trabalho (duas misturas)**

O sensor GMFM<sub>1</sub>, medidor de caudal mássico, foi calibrado utilizando o método da calibração directa. O sensor GMFM<sub>3</sub> é placa de orifício a calibrar. O modelo de diluição dinâmica apresentado (ver Eq. 3.13) permite determinar o caudal mássico,  $G_{m2}$ , ( $\approx G_{m3}$ , dado que  $G_{m1} \ll G_{m3}$ ) que atravessa a placa de orifício em função de  $G_{m1}$  e  $y_{3, CO2}$ .

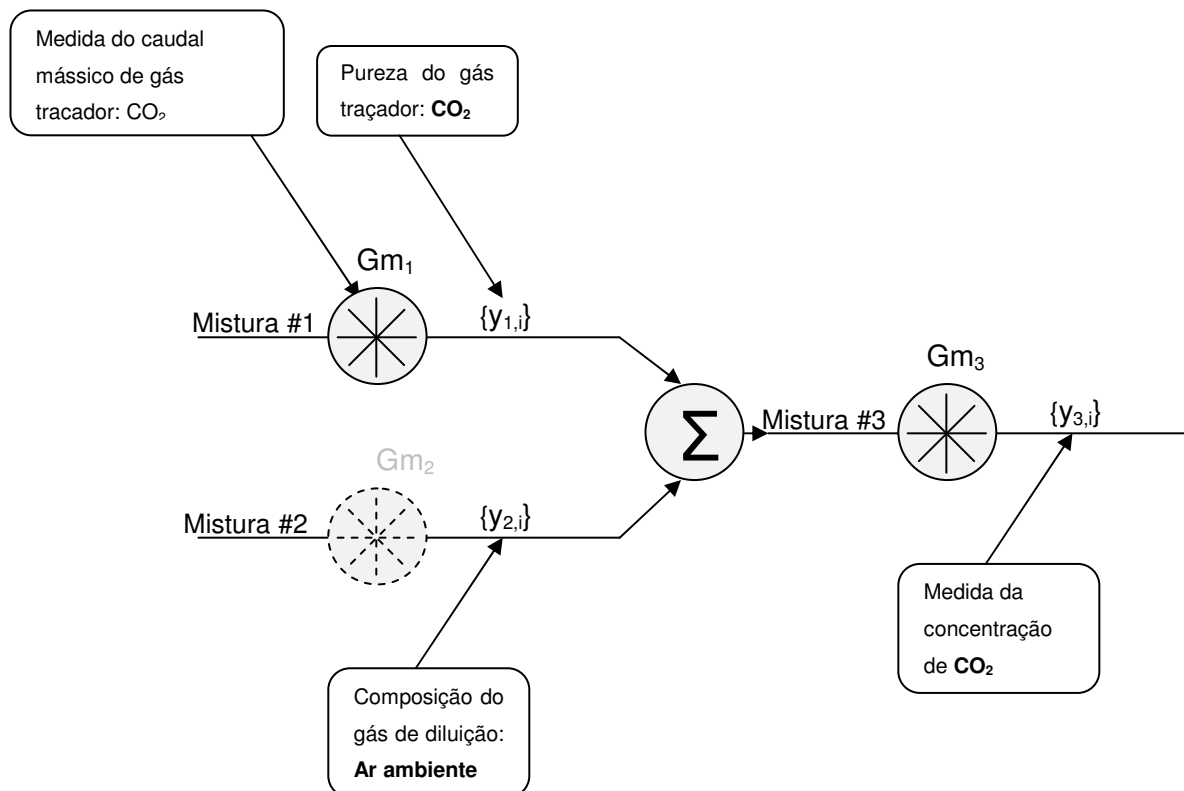
A placa de orifício é um dispositivo fixo instalado na tubagem que impõe uma perda de carga ao escoamento,  $\Delta p$ , que é proporcional ao caudal que a atravessa, sendo monitorizada por um manómetro de pressão diferencial.

Deste modo temos, para cada caudal de ensaio, um par de valores  $\{Gm_3, \Delta p\}$ . Estes pares de valores servirão para obter os coeficientes da função de calibração da placa de orifício estabelecida, genericamente dada por:

$$Gm_3 = f(\Delta p) \quad \text{Eq. 3.18}$$

### 3.2.3 INCERTEZAS ASSOCIADAS AO MÉTODO DE DILUIÇÃO DINÂMICA

Como em qualquer processo de medição, a incerteza que está associada a cada variável do processo de medição vai reflectir-se na incerteza associada ao resultado (mensuranda). A figura seguinte ilustra as referidas variáveis:



**Figura 3.5 – Fontes de incerteza na aplicação do método de diluição dinâmica**



- Composição do gás traçador: **CO<sub>2</sub>** puro em garrafa -  $\{y_{1,i}\} = \{0, 0, 0, 1, 0\}$ , assumimos que a sua incerteza é pequena e não significativa em relação à incerteza final, assumida como aproximadamente 0,004% em (Rodrigues, 2009).
- Composição do gás de diluição N<sub>2</sub>/O<sub>2</sub>/Ar/CO<sub>2</sub>/H<sub>2</sub>O: ar ambiente  $\{y_{2,i}\} = \{0.7794, 0.209, 0.00932, 0.000424, 0.012\}$  – Ar ambiente. A espécie gasosa que mais influencia o resultado é o valor da concentração de **CO<sub>2</sub>** existente no ar ambiente. Das várias medidas tomadas ao longo dos vários dias de ensaios obteve-se um valor de desvio padrão 36 ppm. Em cada dia foi medido o valor com o medidor de concentração de **CO<sub>2</sub>** e utilizado o valor lido para os respectivos cálculos da estimativa do caudal mássico (dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 5”).
- Medida do caudal de gás traçador, **Gm<sub>1</sub>** ver secção 3.3.1;
- Medida de concentração, **y<sub>3, CO<sub>2</sub></sub>**, de **CO<sub>2</sub>**, ver secção 3.3.2.

### 3.3 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL DE CALIBRAÇÃO DINÂMICA

De seguida proceder-se-á à descrição dos sensores utilizados para a implementação experimental da metodologia de diluição dinâmica. Estes são: o sensor de caudal mássico de gás traçador e o medidor de concentração de CO<sub>2</sub> à saída.

#### 3.3.1 SENSOR DE CAUDAL MÁSSICO DE GÁS TRAÇADOR

Um medidor de caudal mássico de gás mede a massa que passa numa secção por unidade de tempo. A massa é uma propriedade independente da temperatura e pressão.

O sensor de caudal mássico de gás traçador tem as seguintes características (retiradas do catálogo do fabricante):

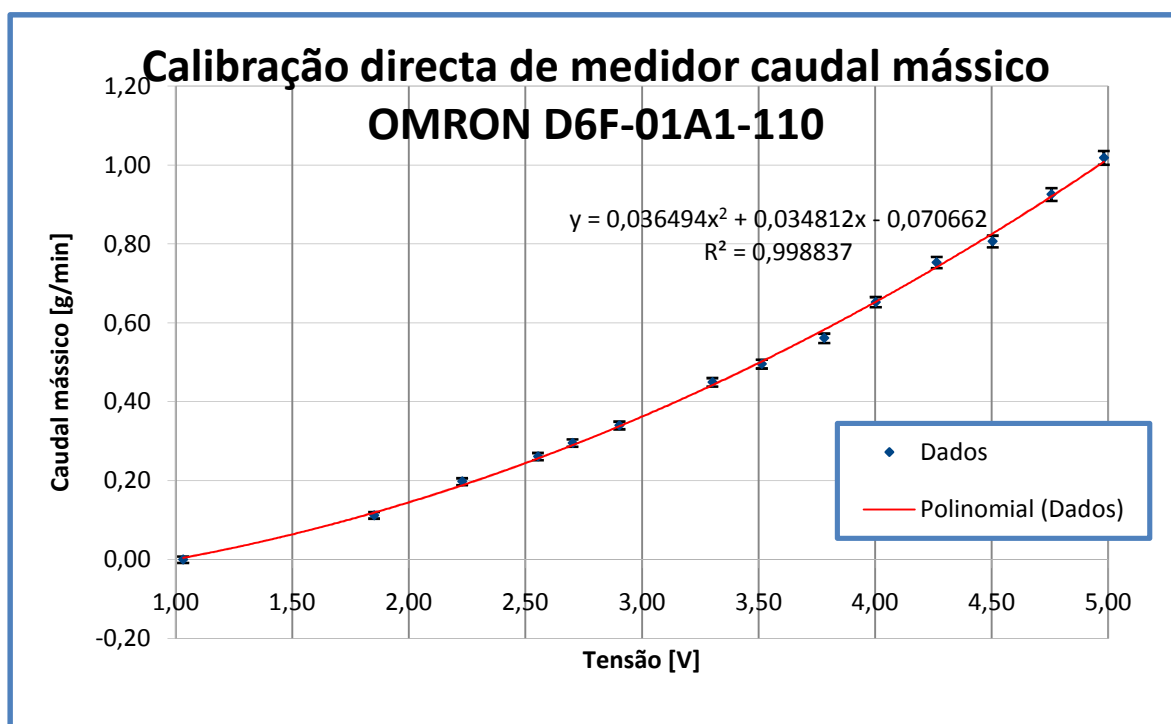
Marca	OMRON
Modelo	D6F-01A1-110
Gama de medida de caudal	1 litro/min
Alimentação	24 Vdc
Saída	5 Vdc



Pressão máxima	200 kPa
Temperatura	-10 a 60 °C
Humidade máxima	85%
Material	Resina termoplástica

Este sensor foi calibrado pelo método directo utilizando um contador de gás húmido. O caudal de gás foi integrado durante um determinado período de tempo após o que foi calculada o caudal mássico médio conforme explicitado na secção 3.1.

Os resultados da calibração são dados na figura seguinte. O modelo de regressão escolhido como apropriado para representar os resultados de calibração é quadrático temos (dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 1”):



**Figura 3.6 - Calibração directa do MFM OMRON 6DF-01A1-110**

Assim o modelo para este sensor é:

$$G_m = 0,036494.V^2 + 0,034812.V - 0,070662 \quad \text{Eq. 3.19}$$

## 3.3.1.1 INCERTEZA ASSOCIADA À MEDIÇÃO

De modo a calcular a incerteza associada à medição foi utilizado o método descrito na GUM (ver secção 4.4). Para efectuar esta medição foram utilizados os seguintes equipamentos (Rodrigues, 2009):

- Contador de gás húmido: EMA 2% do valor medido
- Medidor de pressão atmosférica: EMA 150 Pa
- Termopar: EMA 1.2 °C

Utilizando a metodologia expressa na GUM podem ser elaborado um balanço de incerteza cálculo do valor da incerteza expandida para cada um dos pontos (dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 2”).

A título de exemplo apresenta-se de seguida o seguinte balanço de incerteza (para o ponto correspondente ao output [V] mais elevado):

**Tabela 3.1 - Balanço de incerteza para a medida de caudal mássico**

Fonte Incerteza (X <sub>i</sub> )	Estimativa (x <sub>i</sub> )				Incerteza Padrão u (x <sub>i</sub> )	Coefficientes sensibilidade (c <sub>i</sub> )	Incerteza padrão parcial u <sub>i</sub> (x <sub>i</sub> )	Graus de liberdade (v <sub>i</sub> )
Gv	2% Gv	[l/min]	(Rodrigues, 2009)	0,01107	0,0064	1,1711	0,0075	50
P	150	[Pa]		150	75,00	6,4E-6	0,00056	50
T	1,2	[°C]		1,2	0,58	-0,0022	-0,0013	50
Resolução	0,0005	[g/min]		0,0005	0,00029	1	0,00029	∞
Desv Pad	0,004	[g/min]	Medido	0,004	0,004	1	0,004	24

Incerteza padrão da medida (u (y))	0,0086
Graus de liberdade efectivos (v <sub>eff</sub> )	75
Factor de expansão (k)	2,03
Incerteza expandida da medida (U)	0,017
Y = y ± U	Y = 1,018 ± 0,017 [g/min]

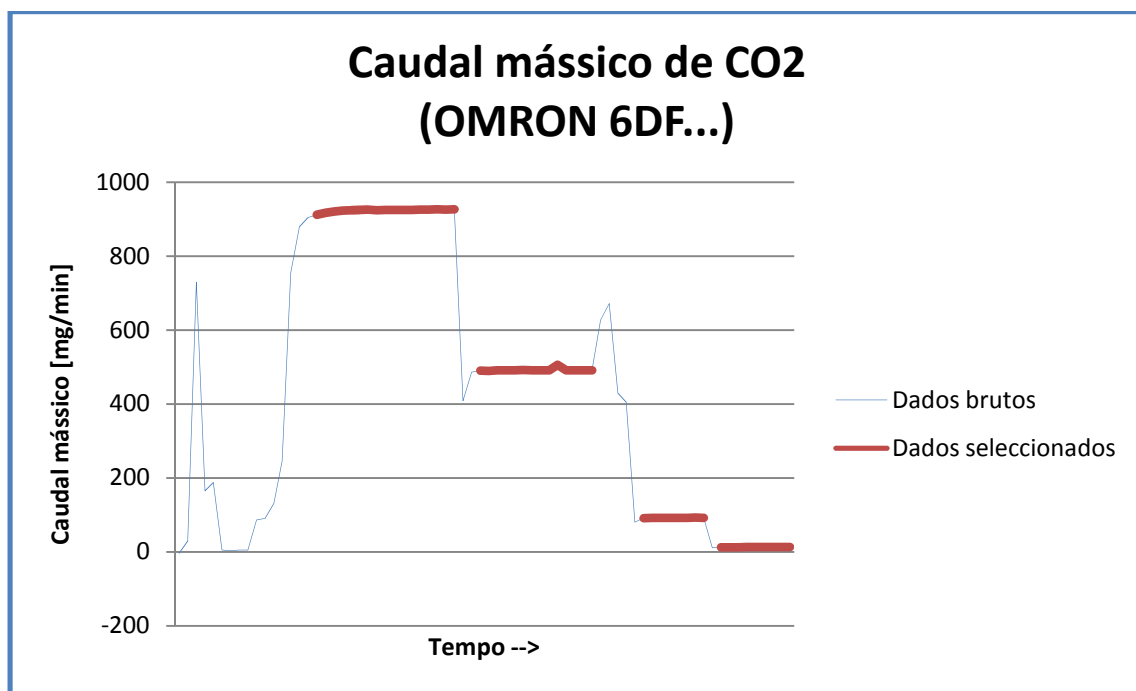
Onde os coeficientes de sensibilidade são dados por:

$$\frac{dG_m}{dG_v} = \frac{P \cdot M_G}{R^* \cdot T} \quad \text{Eq. 3.20}$$

$$\frac{dG_m}{dP} = \frac{G_v \cdot M_G}{R^* \cdot T} \quad \text{Eq. 3.21}$$

$$\frac{dG_m}{dT} = -\frac{G_v \cdot P \cdot M_G \cdot R^*}{(R^* \cdot T)^2} \quad \text{Eq. 3.22}$$

Para calcular o desvio padrão foram, durante o processo de medida, guardadas series de valores de leituras deste medidor de caudal mássico ao longo do tempo como se pode ver no gráfico seguinte (ver dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 3”).



**Figura 3.7 - Dados para cálculo da incerteza associada ao MFM**

Neste gráfico foram seleccionados os períodos em que se manteve constante o caudal de gás por actuação na válvula reguladora. Nestes “patamares” aproximadamente constantes foi calculada a média e o desvio padrão. O valor do desvio padrão considerado foi de 0.004 g/min.

### 3.3.2 MEDIDOR DE CONCENTRAÇÃO DE CO<sub>2</sub>

O medidor de concentração de CO<sub>2</sub> tem as seguintes características (retiradas do catálogo do fabricante):

Marca	ALTECH USA
Modelo	MIR 9000
Gama CO <sub>2</sub>	0 – 10%
Alimentação	230 VAC
Saída	0-10 Vdc
Pressão máxima	200 kPa
Temperatura	+5 a 40 °C
Repetibilidade	<2% F.E.
Zero drift	<2% F.E.
Span drift	<1% F.E.
Linearidade	<1% F.E.



A calibração do analisador foi efectuada com azoto (gás zero) e com uma mistura de calibração com uma composição conhecida em CO<sub>2</sub> (gas de span).

**Tabela 3.2 - Balanço de incerteza para o medidor de concentração de CO<sub>2</sub>**

Fonte Incerteza	Estimativa			Incerteza Padrão	Coeficientes sensibilidade	Incerteza padrão parcial	Graus de liberdade
(X <sub>i</sub> )	(x <sub>i</sub> )			u (x <sub>i</sub> )	(c <sub>i</sub> )	u <sub>i</sub> (x <sub>i</sub> )	(v <sub>i</sub> )
	% Fim Escala (2500ppm)	Referência	Valor				
	[ppm]		[ppm]	[ppm]	[-]	[ppm]	[-]
Repetibilidade	2	Datasheet	50	28,87	1	28,87	50
Zero drift	2		50	28,87	1	28,87	50
Span drift	1		25	14,43	1	14,43	50
Linearidade	1		25	14,43	1	14,43	50
Resolução		Display	1	0,58	1	0,58	∞
Desvio padrão		Medido	1,8	1,8	1	1,8	45

Incerteza padrão da medida (u (y))	45,68	[ppm]
Graus de liberdade efectivos (v <sub>eff</sub> )	147	-
Factor de expansão (k)	2,03	-
<b>Incerteza expandida da medida (U)</b>	<b>92,74</b>	<b>[ppm]</b>

Considera-se assim que a incerteza expandida, **U = ±92 ppm** com um factor de expansão **k=2,03**. Esta incerteza expandida aplica-se ao longo de toda a gama de medida.

Para cálculo do valor do desvio padrão da medida foram guardados conjuntos de valores de leituras deste medidor de concentração ao longo do tempo como se pode ver no gráfico. Consideramos então que esta medida tem associado a si um desvio padrão de 1,8 ppm  $\text{CO}_2$  ao longo de toda a gama de medida.

### 3.3.3 RESULTADOS

Foram feitas medições de caudal de gás de diluição e de concentração de  $\text{CO}_2$  à saída. Para isso foi utilizado o programa H7.BAS correndo no PC existente, que além de permitir o controlo de todo o hardware envolvido permite efectuar a calibração dinâmica de forma automática.

Assim foram obtidos conjuntos de valores para vários caudais, regulados recorrendo a válvulas, para os vários orifícios.

Estes valores podem ser vistos no seguinte gráfico em função da perda de carga no orifício e para os vários orifícios ( $\text{Gm}_3$ ).

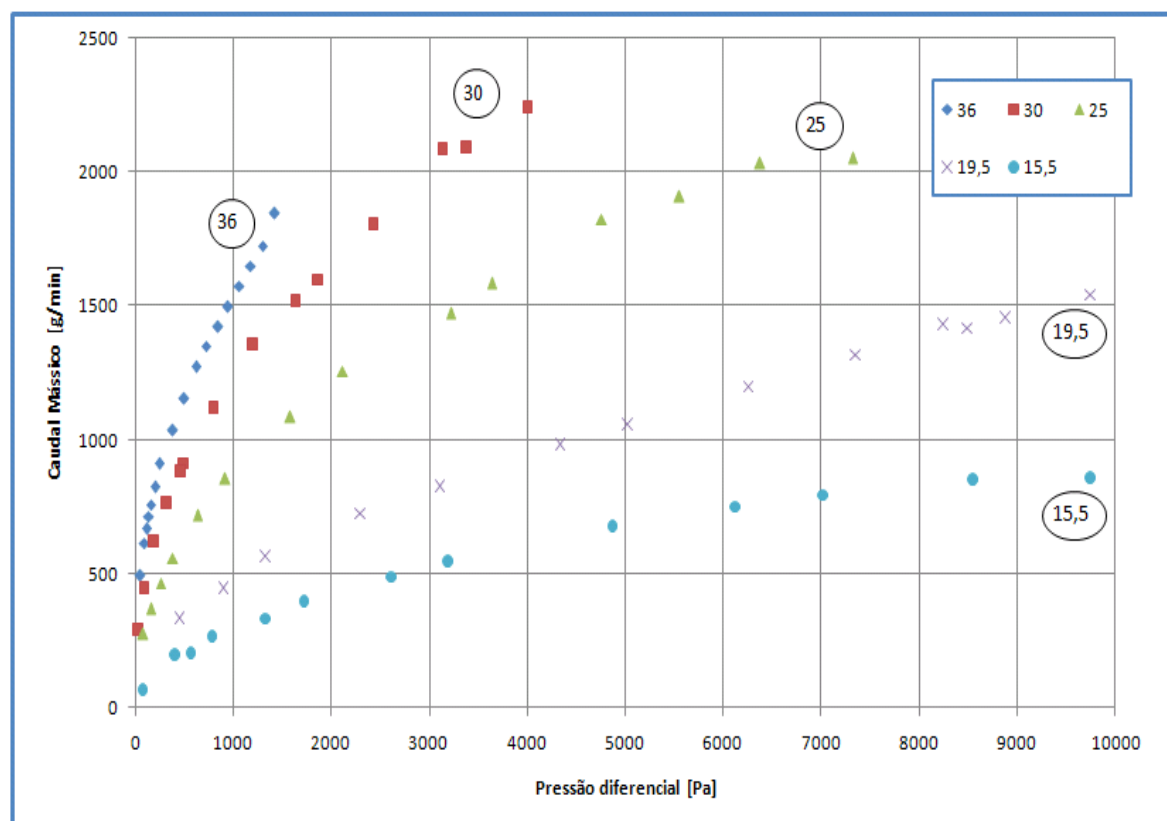


Figura 3.8 - Dados obtidos pelo método de diluição

Estes dados confirmam o que era espectável: com o crescimento do caudal de gás de diluição aumenta a pressão diferencial no orifício (sendo este efeito mais marcado para orifícios menores); para o mesmo caudal de gás de diluição quanto mais pequeno é o orifício maior a pressão diferencial.

Estes mesmos dados estão representados no gráfico seguinte mas aqui como pontos no plano  $\{[CO_2], Gm1\}$ . Nesse gráfico estão agrupados os dados para cada um dos orifícios. Este gráfico realça alguma dispersão nos dados. De facto, idealmente, deveríamos ver rectas horizontais correspondendo a um caudal constante de gás traçador,  $Gm_1$ , e, à medida que cresce o caudal mássico de gás de diluição, uma redução correspondente na concentração de  $CO_2$  à saída. Na realidade isto é difícil de conseguir devido às variações de pressão na conduta que afectando a perda de carga afectam o caudal de gás traçador. Por outro lado o facto de o medidor de concentração de  $CO_2$  à saída ter uma gama fixa que é necessário respeitar implica fazer correcções manuais ao valor do caudal de gás traçador de modo a manter a leitura de concentração de  $CO_2$  à saída dentro dos limites do medidor.

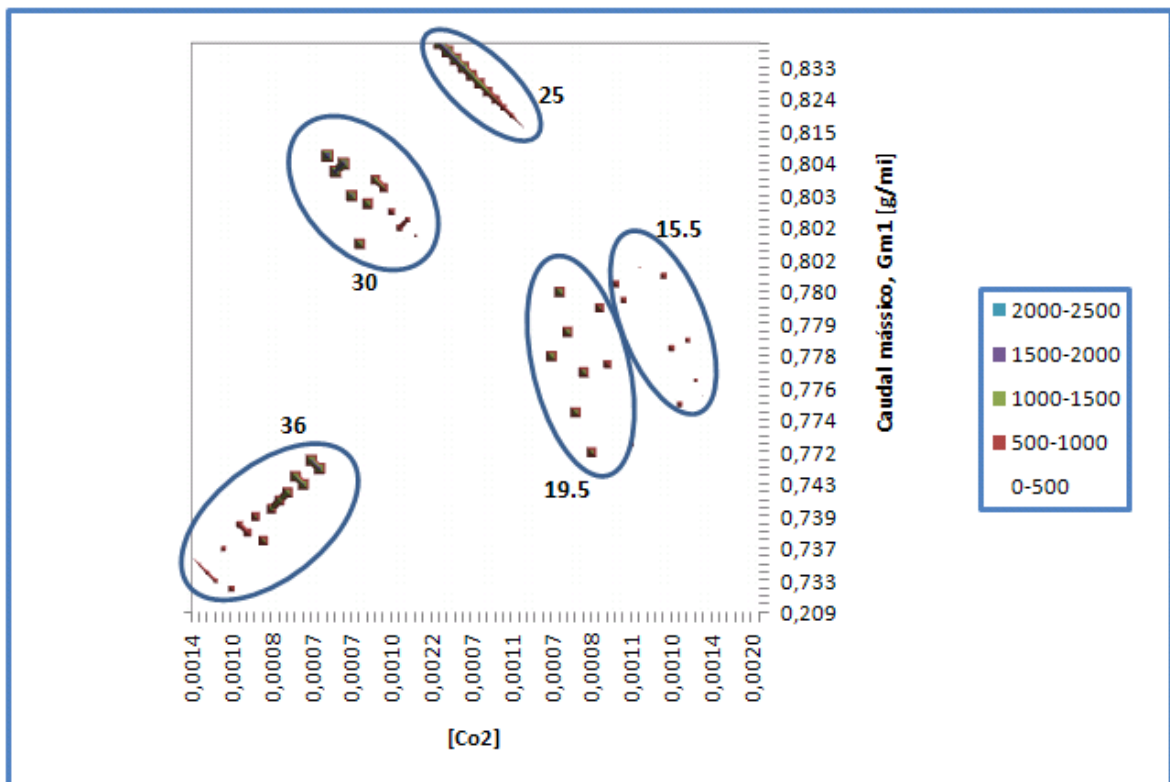
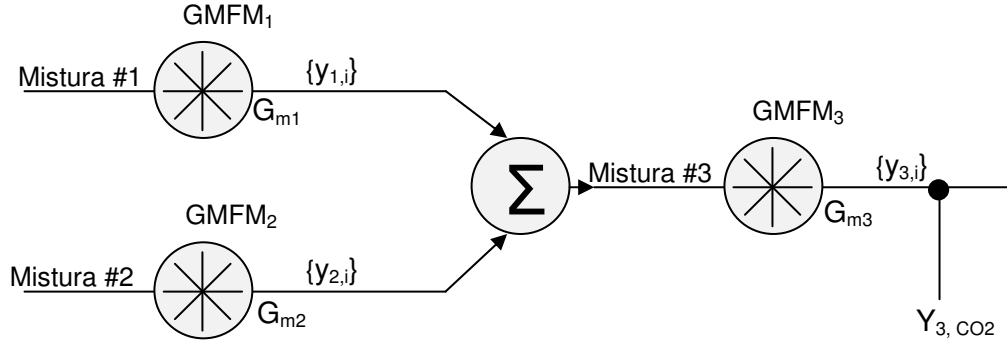


Figura 3.9 - Caudal mássico vs.  $\langle [CO_2] \times Gm1 \rangle$

### 3.4 INCERTEZA ASSOCIADA AO MÉTODO DA DILUIÇÃO DINÂMICA

Para poder calcular a incerteza associada ao método da diluição dinâmica aplicado ao caso presente temos:



**Figura 3.10 - Esquema do método de diluição utilizado neste trabalho**

Onde consideramos que a mistura #1 (gás traçador  $y_{1,i}$ ) é composto por  $CO_2$  puro e a mistura #2 (gás de diluição  $y_{2,i}$ ) é composto por um gás  $y_{2,x}$  (correspondendo a todas as espécies excluindo  $CO_2$ ) e  $y_{2,CO2}$ .

Temos então

$$y_{1,CO2} = 1 \quad \text{Eq. 3.23}$$

$$y_{2,x} + y_{2,CO2} = 1 \quad \text{Eq. 3.24}$$

$$y_{M,x} + y_{M,CO2} = 1$$

$$M_{G1} = M_{CO2} = 44,01 \text{ kg/kmol} \quad \text{Eq. 3.25}$$

$$M_{G2} = y_{2,x} \cdot M_X + y_{2,CO2} \cdot M_{CO2} \quad \text{Eq. 3.26}$$

$$M_X = \frac{y_{2,N2} \cdot M_{N2} + y_{2,O2} \cdot M_{O2} + y_{2,Ar} \cdot M_{Ar} + y_{2,V} \cdot M_V}{1 - y_{2,CO2}} \quad \text{Eq. 3.27}$$

Aplicando o método de diluição, temos o balanço mássico à espécie  $i="X"$  dado por:

$$\frac{y_{M,x} \cdot (G_{m1} + G_{m2})}{y_{M,x} \cdot M_X + y_{M,CO2} \cdot M_{CO2}} = \frac{y_{2,x} \cdot G_{m2}}{y_{2,x} \cdot M_X + y_{2,CO2} \cdot M_{CO2}} \quad \text{Eq. 3.28}$$



E para a espécie  $i = \text{CO}_2$  dado por:

$$\frac{y_{M,\text{CO}_2} \cdot (Gm_1 + Gm_2)}{y_{M,X} \cdot M_X + y_{M,\text{CO}_2} \cdot M_{\text{CO}_2}} = \frac{Gm_1}{M_{\text{CO}_2}} + \frac{y_{2,\text{CO}_2} \cdot Gm_2}{y_{2,X} \cdot M_X + y_{2,\text{CO}_2} \cdot M_{\text{CO}_2}} \quad \text{Eq. 3.29}$$

Resolvendo em ordem a  $Gm_2$  temos:

$$Gm_2 = Gm_1 \cdot \frac{-M_X - y_{2,\text{CO}_2} \cdot M_{\text{CO}_2} + y_{2,\text{CO}_2} \cdot M_X + y_{M,\text{CO}_2} \cdot M_X + y_{M,\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} \cdot (M_{\text{CO}_2} - M_X)}{M_{\text{CO}_2} \cdot (y_{2,\text{CO}_2} - y_{M,\text{CO}_2})}$$

Eq. 3.30

Para obtermos os factores de sensibilidade de  $Gm_2$  a  $Gm_1$  (caudal de gás traçador), a  $y_{M,\text{CO}_2}$  (concentração de  $\text{CO}_2$  à saída) e a  $y_{2,\text{CO}_2}$  (concentração de  $\text{CO}_2$  à entrada) derivamos a fórmula anterior e temos:

$$\frac{\partial Gm_2}{\partial Gm_1} = \frac{-M_X - y_{2,\text{CO}_2} \cdot M_{\text{CO}_2} + y_{2,\text{CO}_2} \cdot M_X + y_{M,\text{CO}_2} \cdot M_X + y_{M,\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} \cdot (M_{\text{CO}_2} - M_X)}{M_{\text{CO}_2} \cdot (y_{2,\text{CO}_2} - y_{M,\text{CO}_2})}$$

Eq. 3.31

$$\begin{aligned} \frac{\partial Gm_2}{\partial y_{2,\text{CO}_2}} &= \\ &= \frac{Gm_1(-M_{\text{CO}_2} + M_X + M_{\text{CO}_2} \cdot y_{M,\text{CO}_2} - M_X \cdot y_{M,\text{CO}_2})}{M_{\text{CO}_2}(y_{2,\text{CO}_2} - y_{M,\text{CO}_2})} \\ &- \frac{Gm_1(-M_X - M_{\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} + M_X \cdot y_{2,\text{CO}_2} + M_X \cdot y_{M,\text{CO}_2} + M_{\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} \cdot y_{M,\text{CO}_2} - M_X \cdot y_{2,\text{CO}_2} \cdot y_{M,\text{CO}_2})}{M_{\text{CO}_2} \cdot (y_{2,\text{CO}_2} - y_{M,\text{CO}_2})^2} \end{aligned}$$

Eq. 3.32

$$\begin{aligned} \frac{\partial Gm_2}{\partial y_{M,\text{CO}_2}} &= \\ &= \frac{Gm_1(M_X + M_{\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} - M_X \cdot y_{2,\text{CO}_2})}{M_{\text{CO}_2} \cdot (y_{2,\text{CO}_2} - y_{M,\text{CO}_2})} \\ &+ \frac{Gm_1(-M_X - M_{\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} + M_X \cdot y_{2,\text{CO}_2} + M_X \cdot y_{M,\text{CO}_2} + M_{\text{CO}_2} \cdot y_{2,\text{CO}_2} \cdot y_{M,\text{CO}_2} - M_X \cdot y_{2,\text{CO}_2} \cdot y_{M,\text{CO}_2})}{M_{\text{CO}_2} \cdot (y_{2,\text{CO}_2} - y_{M,\text{CO}_2})^2} \end{aligned}$$

Eq. 3.33

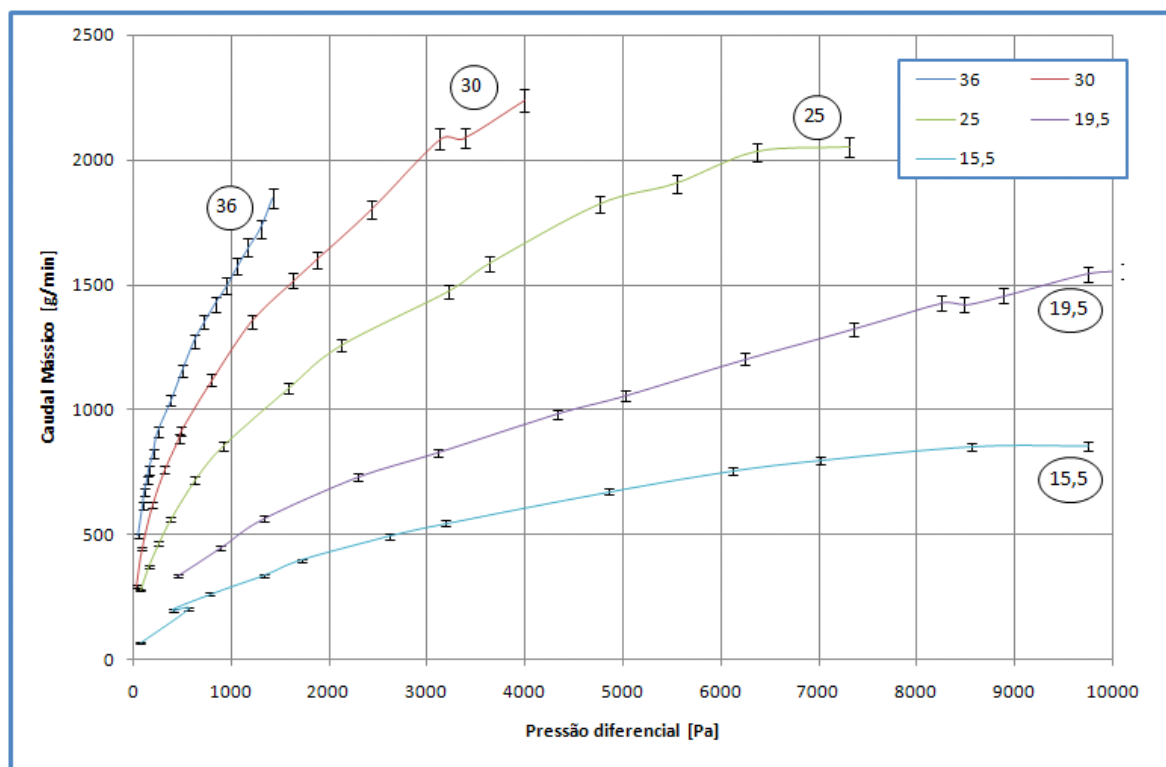
Assim é possível fazer o balanço de incerteza para cada um dos pontos dando-se de seguida o exemplo para o ponto de maior caudal com o orifício  $d=25\text{mm}$ .

**Tabela 3.3 - Balanço de incerteza para um caudal calculado pelo método de diluição dinâmica**

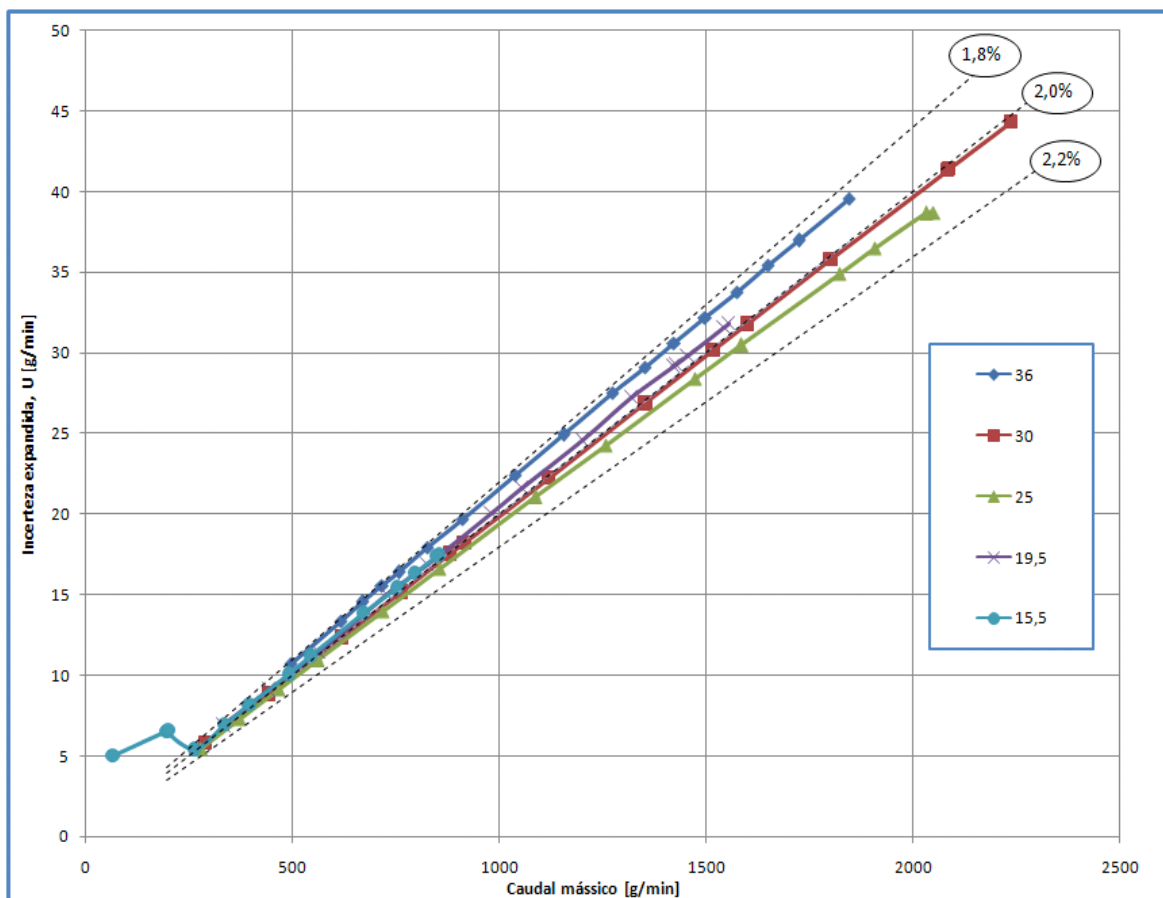
Fonte Incerteza	Estimativa			Incerteza Padrão	Coeficientes sensibilidade	Incerteza padrão parcial	Graus de liberdade
(X <sub>i</sub> )	(x <sub>i</sub> )			u (x <sub>i</sub> )	(c <sub>i</sub> )	u <sub>i</sub> (x <sub>i</sub> )	(v <sub>i</sub> )
	Referencia	Unidade	Valor				
GM1	Balanço Incerteza	[g/min]	0,007970047	0,003888	685	2,66	60
CO2 Ambiente	Desvio Padrão	[ppm]	36,28015987	36,280160	0,0000024	0,000087	3
[CO2]	Balanço Incerteza	[ppm]	92	45,3201970	-0,0000024	-0,00011	147

u(y)	2,66	[g/min]
graus liberdade	60	
Factor de Expansão	2,05	
U	5,46	[g/min]
$Y = 277,50 \pm 5,56 \text{ g/min}$		

No gráfico seguinte estão representados os intervalos de incerteza em cada um dos pontos.

**Figura 3.11 - Incerteza expandida nos pontos calculados pelo método de diluição dinâmica**

Podemos representar as incertezas expandidas em função do caudal mássico que passa no orifício, no gráfico seguinte.



**Figura 3.12 - Incerteza expandida do caudal de gás de diluição, Gm2 [g/min]**

Como se pode ver no gráfico acima a incerteza expandida do método de diluição dinâmica situa-se numa banda de [1,8%...2,2%] do valor do caudal calculado.

Deste modo, simplificando, adoptamos um valor de incerteza expandida para o método da diluição dinâmica de  $U = \pm 2,2\%$  calculado com um factor de expansão  $k=2,05$  ao longo de toda a gama de caudais.

## **4 MEDIDOR DE CAUDAL DE PLACA DE ORIFÍCIO**

Neste capítulo será descrito o medidor de caudal de orifício já que é o objectivo deste trabalho a sua calibração.

### **4.1 DESCRIÇÃO**

#### *4.1.1 HISTÓRIA DO MEDIDOR DE CAUDAL DE ORIFÍCIO*

O primeiro registo do uso de orifícios para a medição de fluidos é atribuído ao padre e físico italiano Giovanni Battista Venturi (1746-1822). Em 1797 (Venturi, 1797) deu início ao trabalho que levou ao desenvolvimento do moderno medidor de tubo Venturi pelo austríaco Clemons Herschel em 1886 (Herschel, 1898). Mais tarde em 1890 um medidor de orifício, projectado por Robinson, da Universidade do Estado de Ohio foi usado para medir gases. Cerca de 1903 Weymouth iniciou uma série de testes na Pensilvânia, levando à publicação de coeficientes para medidores de orifício com tomadas de pressão na flange. Na mesma data Hickstein fez uma série de testes semelhantes em Joplin, Missouri, a partir dos quais obteve dados para medidores de orifício com tomadas de pressão no tubo.

O medidor de orifício moderno de medição de gás natural data de 1912, quando Thomas Weymouth publicou um artigo descrevendo o medidor de orifício que utilizou em testes que tinha desde 1904 (Weymouth, 1912).

Grande parte do trabalho de pesquisa experimental foi realizado pela Associação Americana de Gás (AGA) e pela Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos (ASME), entre 1924 e 1935. Foram desenvolvidas normas de construção para orifícios e respectivos coeficientes. Em 1935, um relatório conjunto AGA/ASME com o título "História de medidores de orifício e de calibração, Construção e Operação de orifícios de Medição" (T. H. Kerr, 1935) vira a lançar as bases para a moderna utilização das placas de orifício para medição de caudal.

#### 4.1.2 UTILIZAÇÃO DE MEDIÇÃO DE PRESSÃO DIFERENCIAL PARA MEDIÇÃO DE CAUDAL

##### 4.1.2.1 PRINCÍPIO DE MEDIÇÃO

A utilização da diferença de pressão (pressão diferencial) para medição de caudal tem como base a equação de Bernoulli:

$$Const = \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + p \quad Eq. 4.1$$

Onde:

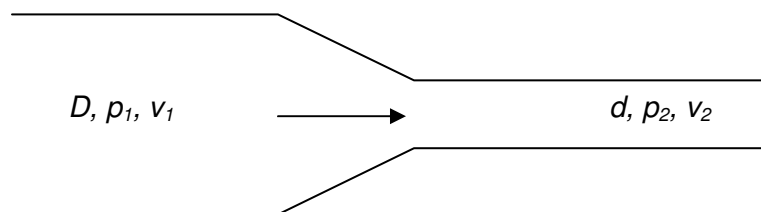
$\rho$	Densidade do fluido
$v$	Velocidade linear do fluido
$p$	Pressão

O primeiro termo  $\rho \cdot g \cdot h$  corresponde à energia potencial devido à gravidade. Dado que se considera um fluxo horizontal este termo é constante e pode ser descartado, reduzindo-se a equação a:

$$Const = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + p \quad Eq. 4.2$$

Onde o termo  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$  representa a energia cinética. O termo  $p$  representa a energia potencial, o trabalho realizado na compressão do fluido.

Aplicando esta equação ao tubo de secção circular com uma redução de diâmetro temos:


$$\frac{1}{2} \cdot \rho_1 \cdot v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \cdot v_2^2 + p_2 \quad Eq. 4.3$$

Por outro lado existe conservação da massa ao longo da redução de diâmetro:

$$G_M = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \quad Eq. 4.4$$

Onde:

- $G_M$  Caudal mássico do fluido  
 $A_1$  Área do tubo a montante da redução  
 $A_2$  Área do tubo a jusante da redução

Da Eq. 4.4 obtemos:

$$v_1^2 = \left( \frac{\rho_1 \cdot A_1}{\rho_2 \cdot A_2} \right)^2 \cdot v_2^2 \quad Eq. 4.5$$

Substituindo na Eq. 4.3 obtemos:

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot (P_1 - P_2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho_2 \cdot \left( \frac{\rho_1 \cdot A_1}{\rho_2 \cdot A_2} \right)^2 - \rho_1}} \quad Eq. 4.6$$

E substituindo na Eq. 4.4 obtemos:

$$G_M = \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot (P_1 - P_2)} \cdot A_2 \sqrt{\frac{1}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \beta^4}} \quad Eq. 4.7$$

Com:

$$\beta = \frac{d}{D} \quad Eq. 4.8$$

Onde:

- $D$  Diâmetro da conduta a montante da redução  
 $d$  Diâmetro da conduta a jusante da redução

#### 4.1.3 RECOMENDAÇÕES DA NORMA ISO 5167-2:2003

O processo de medição de caudal usando pressão diferencial é já bastante estabelecido sendo o conhecimento essencial vertido na norma ISO 5167-2 "*Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full -- Part 1: General principles and requirements*" (ISO 5167-1, 2003) (ISO 5167-2, 2003).

Esta norma aplica-se a fluxos com :

- velocidades subsónicas;
- fase única;
- fluxo não pulsante;

- diâmetro de tubo:  $50 < D(\text{mm}) < 1000$
- nº de Reynolds:  $Re > 5000$ .

Esta norma recomenda a seguinte formulação:

$$G_m = \frac{C_d}{\sqrt{1 - \beta^4}} \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta p} \quad \text{Eq. 4.9}$$

Onde:

$C_d$	Coeficiente de descarga
$\varepsilon_1$	Factor de expansão (nas condições a montante)
$\beta$	Razão de diâmetros
$d$	Diâmetro do orifício
$\Delta p$	Perda de carga no orifício
$\rho_1$	Densidade do fluido a montante
$G_m$	Caudal mássico

#### 4.1.3.1 FACTOR DE EXPANSÃO (NAS CONDIÇÕES A MONTANTE)

O factor de expansão reflecte a compressibilidade do fluido. Para fluidos incompressíveis  $\varepsilon_1 = 1$ . Para fluidos compressíveis  $\varepsilon_1 < 1$ .

Para uma placa de orifício a norma ISO 5167-2:2003 recomenda a seguinte fórmula para o cálculo do factor de expansão:

$$\varepsilon_1 = 1 - (0,351 + 0,256 \cdot \beta^4 + 0,93 \cdot \beta^8) \cdot \left( 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \right) \quad \text{Eq. 4.10}$$

Onde

$k$	Expoente isentropico, depende da pressão e temperatura do fluido
$\varepsilon_1$	Factor de expansão (nas condições a montante)
$\beta$	Razão de diâmetros
$p_1$	Pressão a montante
$p_2$	Pressão a jusante

Os valores para  $\varepsilon_1$  recomendados na norma são obtidos experimentalmente e são conhecidos para ar, vapor e gás natural. Esta equação pode ser usada para outros gases desde que seja conhecido o respectivo expoente isentropico. Esta equação é válida para  $p_2/p_1 \geq 0,75$ .

Os valores do expoente isentropico,  $k$ , podem ser visto na seguinte tabela:

**Tabela 4.1 – Expoente isentropico (White, 2003)**

Temp.	Gas	k	Temp.	Gas	k	Temp.	Gas	k
0 °C	Dry Air	1,403	-181 °C	O2	1,450	20 °C	CO	1,400
20 °C		1,400	-76 °C		1,415	-180 °C	Ar	1,760
100 °C		1,401	20 °C		1,400	20 °C		1,670
200 °C		1,398	100 °C		1,399	20 °C	NO	1,400
400 °C		1,393	200 °C		1,397	20 °C	N2O	1,310
1000 °C		1,365	400 °C		1,394	20 °C	Cl2	1,340
2000 °C		1,088	-181 °C	H2	1,597	15 °C	NH3	1,310
0 °C	CO2	1,310	-76 °C		1,453	19 °C	Ne	1,640
20 °C		1,300	20 °C		1,410	19 °C	Xe	1,660
100 °C		1,281	100 °C		1,404	19 °C	Kr	1,680
400 °C		1,235	400 °C		1,387	15 °C	SO2	1,290
1000 °C		1,195	1000 °C		1,358	360 °C	Hg	1,670
-181 °C	N2	1,470	2000 °C		1,318	15 °C	C2H6	1,220
15 °C		1,404	20 °C	He	1,660	16 °C	C3H8	1,130
20 °C	H2O	1,330	-115 °C	CH4	1,410			
100 °C		1,324	-74 °C		1,350			
200 °C		1,310	20 °C		1,320			

Podem também ser vistos na tabela anexa à norma que se reproduz de seguida:

**Tabela 4.2 – Coeficientes de expansão (Tabela A12 da Norma) (ISO5167-2, 2003)**

**Table A.12 — Orifice plates — Expansibility [expansion] factor,  $\epsilon$**

Diameter ratio		Expansibility [expansion] factor, $\epsilon$ , for $p_2/p_1$ equal to							
$\beta$	$\beta^4$	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,85	0,80	0,75
for $\kappa = 1,2$									
0,100 0	0,000 1	0,994 1	0,988 3	0,982 4	0,976 4	0,970 5	0,955 5	0,940 4	0,925 2
0,562 3	0,100 0	0,993 6	0,987 1	0,980 6	0,974 1	0,967 6	0,951 1	0,934 5	0,917 7
0,668 7	0,200 0	0,992 7	0,985 3	0,977 9	0,970 5	0,963 1	0,944 3	0,925 4	0,906 3
0,740 1	0,300 0	0,991 5	0,982 9	0,974 3	0,965 7	0,957 0	0,935 2	0,913 2	0,891 0
0,750 0	0,316 4	0,991 2	0,982 4	0,973 6	0,964 8	0,955 9	0,933 5	0,910 9	0,888 1
for $\kappa = 1,3$									
0,100 0	0,000 1	0,994 6	0,989 1	0,983 7	0,978 2	0,972 7	0,958 7	0,944 6	0,930 3
0,562 3	0,100 0	0,994 0	0,988 1	0,982 1	0,976 0	0,970 0	0,954 7	0,939 1	0,923 4
0,668 7	0,200 0	0,993 2	0,986 4	0,979 6	0,972 7	0,965 8	0,948 4	0,930 7	0,912 8
0,740 1	0,300 0	0,992 1	0,984 2	0,976 2	0,968 2	0,960 2	0,939 9	0,919 3	0,898 5
0,750 0	0,316 4	0,991 9	0,983 8	0,975 6	0,967 4	0,959 1	0,938 3	0,917 2	0,895 8
for $\kappa = 1,4$									
0,100 0	0,000 1	0,995 0	0,989 9	0,984 8	0,979 7	0,974 6	0,961 5	0,948 3	0,934 8
0,562 3	0,100 0	0,994 5	0,988 9	0,983 3	0,977 7	0,972 0	0,957 7	0,943 1	0,928 3
0,668 7	0,200 0	0,993 7	0,987 4	0,981 0	0,974 6	0,968 1	0,951 8	0,935 3	0,918 4
0,740 1	0,300 0	0,992 7	0,985 3	0,977 9	0,970 4	0,962 9	0,943 9	0,924 6	0,905 0
0,750 0	0,316 4	0,992 5	0,984 9	0,977 3	0,969 6	0,961 9	0,942 4	0,922 6	0,902 5
for $\kappa = 1,66$									
0,100 0	0,000 1	0,995 8	0,991 5	0,987 2	0,982 8	0,978 4	0,967 3	0,955 8	0,944 1
0,562 3	0,100 0	0,995 3	0,990 6	0,985 9	0,981 1	0,976 3	0,964 0	0,951 5	0,938 6
0,668 7	0,200 0	0,994 7	0,989 3	0,983 9	0,978 5	0,973 0	0,959 0	0,944 7	0,930 1
0,740 1	0,300 0	0,993 8	0,987 6	0,981 3	0,974 9	0,968 5	0,952 3	0,935 7	0,918 6
0,750 0	0,316 4	0,993 6	0,987 2	0,980 8	0,974 3	0,967 7	0,951 0	0,934 0	0,916 4
NOTE This table is given for convenience. The values given are not intended for precise interpolation. Extrapolation is not permitted.									



4.1.3.2 COEFICIENTE DE DESCARGA,  $C_D$ 

O coeficiente de descarga, definido para fluidos incompressíveis, relaciona o caudal teórico e real através da placa de orifício. Reflecte a restrição de diâmetro e a consequente turbulência.

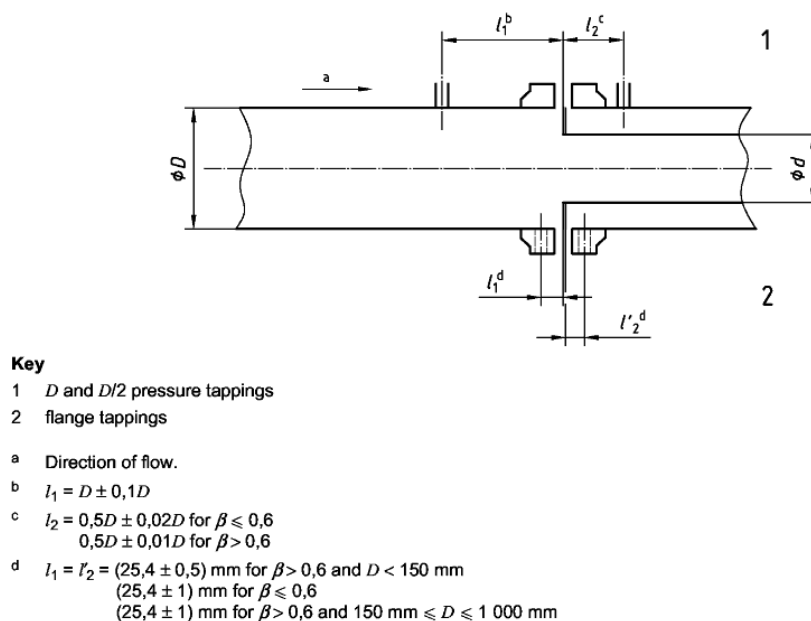
Para uma placa de orifício executada de acordo com as especificações da norma ISO 5167-1:1991 esta recomenda a seguinte formula (fórmula de Stolz):

$$C_d = 0,5959 + 0,0312 \cdot \beta^{2,1} + 0,0029 \cdot \beta^{2,5} \cdot \left( \frac{10^6}{Re_D} \right)^{0,75} + 0,09 \cdot L_1 \cdot \beta^4 \cdot (1 - \beta^4)^{-1} - 0,0377 \cdot L_2 \cdot \beta^3 \quad \text{Eq. 4.11}$$

Onde

$C_d$	Coeficiente de descarga
$\beta$	Razão de diâmetros
$L_1 = l_1/D$	Razão entre a distância da tomada de pressão a montante ao orifício e o diâmetro do tubo
$L_2 = l_2/D$	Razão entre a distância da tomada de pressão a jusante ao orifício e o diâmetro do tubo
$Re_D$	Número de Reynolds relativo a $D$

A disposição das tomadas de pressão:



**Figura 4.1 – Disposição das tomadas de pressão**

A versão de 2004 da ISO 5167-2 recomenda a seguinte formula (fórmula de Reader-Harris/Gallagher):

$$C_d = 0,5961 + 0,0261.\beta^2 - 0,216.\beta^8 + 0,000521.\left(\frac{10^6.\beta}{Re_D}\right)^{0,7} \\ + (0,0188 + 0,0063.A).\beta^{3,5}.\left(\frac{10^6}{Re_D}\right)^{0,3} \\ + (0,043 + 0,080.e^{-10.L_1} - 0,123.e^{-7.L_1}).(1 - 0,11.A).\frac{\beta^4}{1 - \beta^4} \\ - 0,031.(M_2 - 0,8.M_2^{1,1}).\beta^{1,3}$$

*Eq. 4.12*

Onde

$C_d$	Coeficiente de descarga
$\beta$	Razão de diâmetros
$L_1=l_1/D$	Razão entre a distância da tomada de pressão a montante ao orifício e o diâmetro do tubo
$L_2=l_2/D$	Razão entre a distância da tomada de pressão a jusante ao orifício e o diâmetro do tubo
$Re_D$	Número de Reynolds relativo a D

Para  $D < 71,12\text{mm}$  há que adicionar ainda o seguinte termo à equação acima:

$$+0,011.(0,75 - \beta).\left(2,8 - \frac{D}{25,4}\right)$$

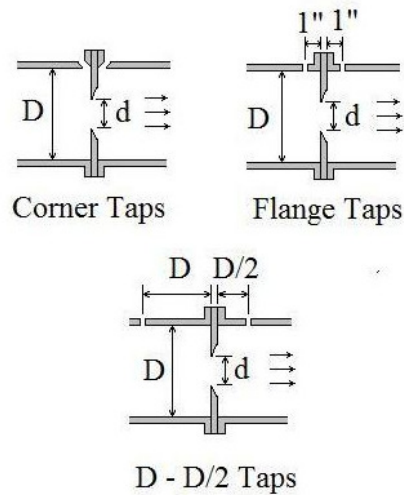
*Eq. 4.13*

onde

$$M_2 = \frac{2.L_2}{1 - \beta} \quad ; \quad A = \left(\frac{19000.\beta}{Re_D}\right)^{0,8}$$

*Eq. 4.14*

Na figura seguinte exemplificam-se alguns dos esquemas padronizados recomendados pela norma para as tomadas de pressão e que acarretam a validade das equações anteriores para diferentes gamas dos valores de d, D,  $\beta$  e  $Re_D$ .



**Figura 4.2 – Esquemas das tomadas de pressão**

O valor de \$L\_1\$ e \$L\_2\$ para os vários esquemas de tomada de pressão (\$D\$ em [mm]):

“Corner Tap”	“Flange Tap”	“D-D/2 Tap”
\$L_1=0\$	\$L_1=25,4/D\$	\$L_1=1\$
\$L_2=0\$	\$L_2=25,4/D\$	\$L_2=0,47\$

O número de Reynolds é calculado da seguinte forma:

$$Re_D = \frac{4 \cdot G_m}{\pi \cdot \mu_1 \cdot D} \quad Eq. 4.15$$

Onde

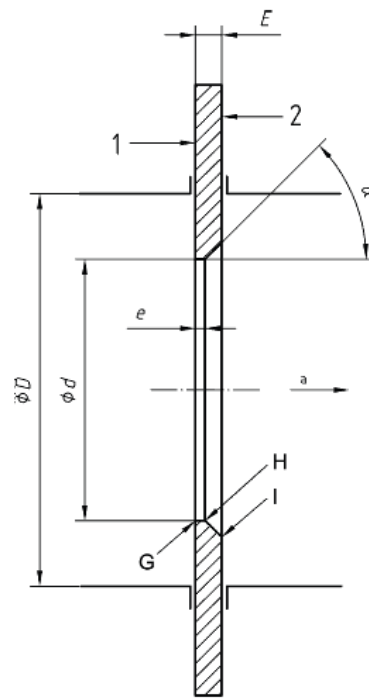
$Re_D$	Número de Reynolds
$G_m$	Caudal mássico
$D$	Diâmetro da conduta a montante da redução
$\mu_1$	Viscosidade do fluido

Para o cálculo do coeficiente de descarga  $C_d$  é necessário um método iterativo dado que:

É necessário saber:	Para calcular:
$v_1$	$Re_D$
$Re_D$	$C_d$
$C_d$	$G_M$
$G_M$	$v_1$

## 4.1.3.3 PLACA DE ORIFÍCIO NORMALIZADA

A forma recomendada pela norma para a placa de orifício pode ser vista na figura seguinte.



**Figura 4.3 – Placa de orifício normalizada**

Onde

- |          |                                                                       |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|
| 1        | Lado montante                                                         |
| 2        | Lado jusante                                                          |
| a        | Sentido do fluxo                                                      |
| D        | Diâmetro do tubo                                                      |
| d        | Diâmetro do orifício: $d > 12,5\text{mm}$ ; $0,10 < \beta=d/D < 0,75$ |
| e        | Espessura do orifício: $0,005.D < e < 0,02.D$                         |
| E        | Espessura da placa: $e < E < 0,05.D$                                  |
| G        | Ângulo vivo: $\text{Raio}_G < 0,0004.d$ ; $90^\circ$                  |
| H        | Sem especificações restritivas, sem defeitos macroscópicos            |
| I        | Sem especificações restritivas, sem defeitos macroscópicos            |
| $\alpha$ | Ângulo de assotamento, $\alpha=45^\circ \pm 15^\circ$                 |

## 4.1.3.4 CARACTERÍSTICAS DA PLACA DE ORIFÍCIO INSTALADA NO LAB40

A placa de orifício instalada no Lab40 pode se vista na seguinte figura.

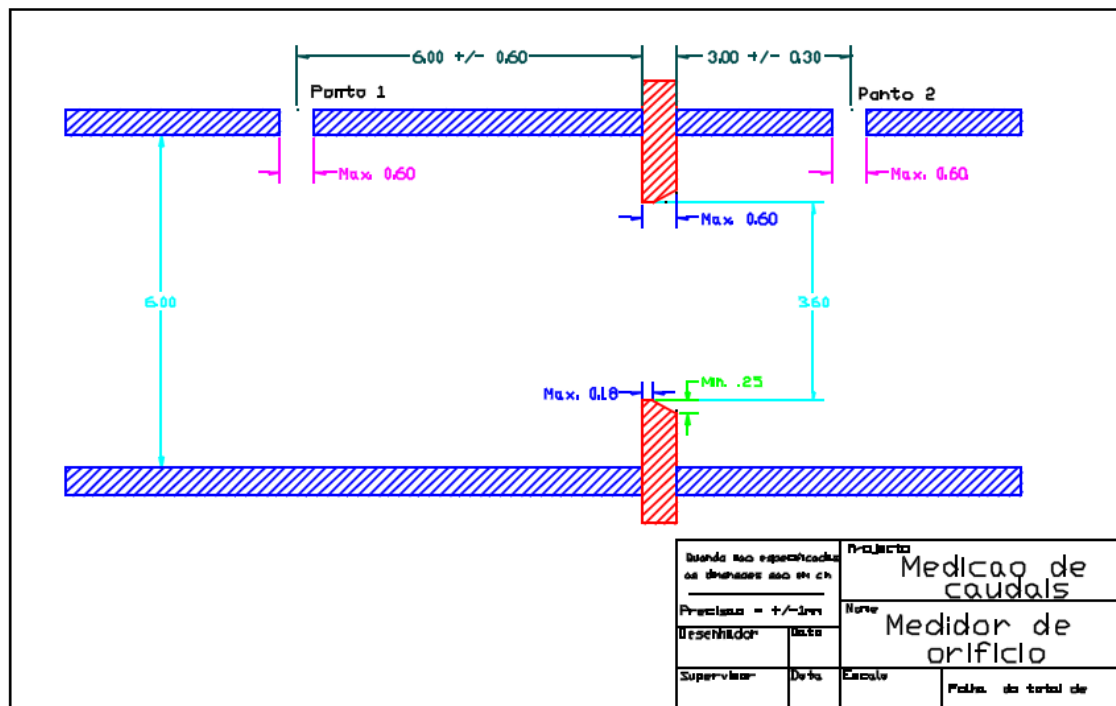


Figura 4.4 – Características da placa de orifício (Matos, 2004)

Foram utilizadas várias placas de orifício tendo as seguintes características:

- Esquema padronizado: “D-D/2 Tap”
- Dimensões:  $D=60\text{mm}$ ,  $E=6\text{mm}$ ,  $e=1,8\text{mm}$ ,  $\alpha \approx 30^\circ$
- Parâmetros calculados:  $l_1=60\text{mm}$ ,  $l_2=30\text{mm}$ ,  $L_1=1$ ,  $L_2=0,47$ .
- Dimensões do orifício:

d [mm]	$\beta$ [-]
15,05	0,251
19,50	0,325
25,00	0,417
30,00	0,50
36,00	0,60

Estes valores estão dentro das gamas de valores recomendados pela norma e pode-se concluir que as especificações da norma são cumpridas.

#### 4.1.3.5 CONDIÇÕES DE USO DE UMA PLACA DE ORIFÍCIO D-D/2 SOB A NORMA ISO 5167

Para este tipo de esquema das tomas de pressão a norma especifica as seguintes condições:

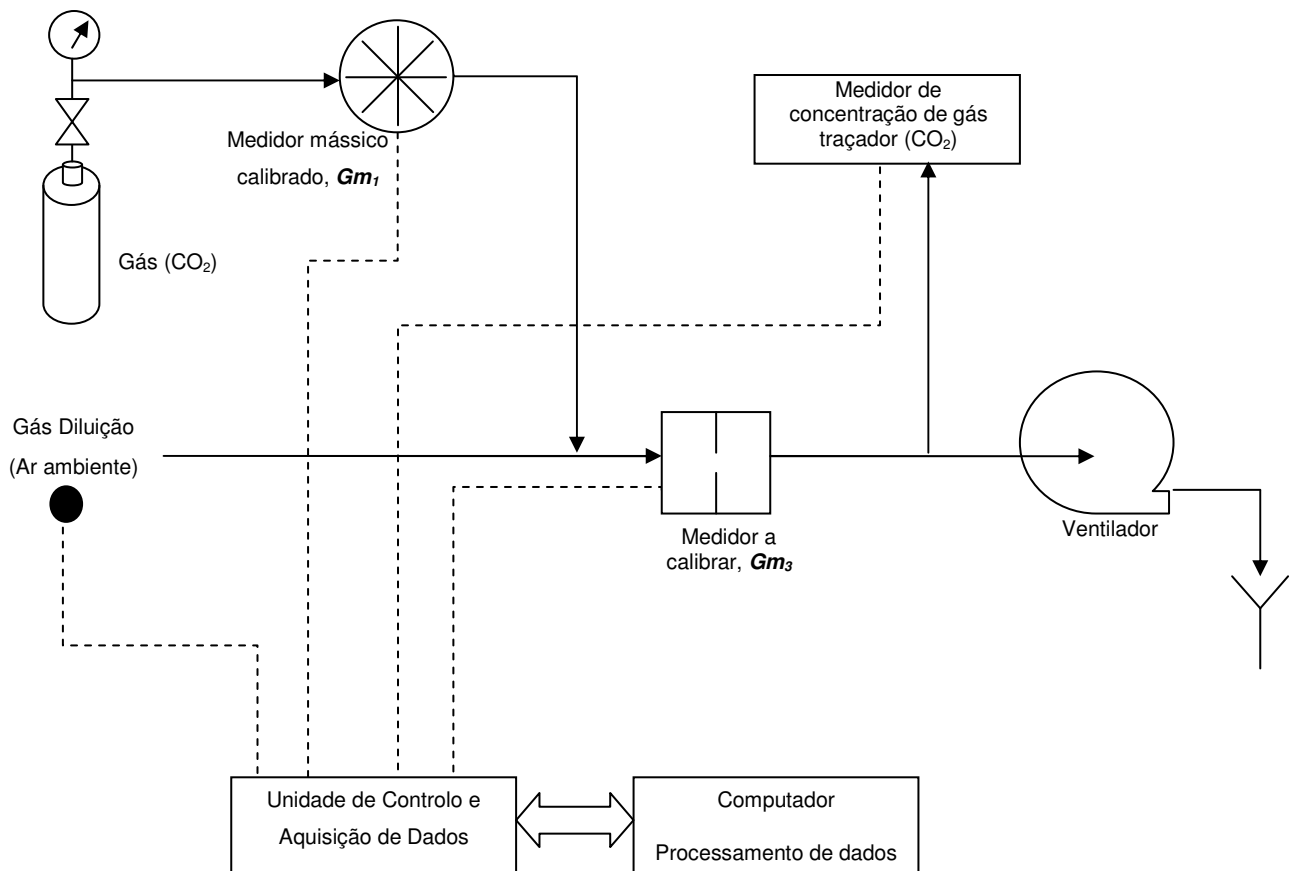
- $-d \geq 12,5\text{mm}$
- $50\text{mm} \leq D \leq 1000\text{mm}$
- $0,1 \leq \beta \leq 0,75$
- $Re_D \geq 5000$ , para  $0,1 \leq \beta \leq 0,56$
- $Re_D \geq 16000 \cdot \beta^2$ , para  $0,1 \leq \beta \leq 0,56$

Dado que neste caso  $\beta=0,6$  então as equações presentes na norma podem ser utilizadas para  $Re_D \geq 5760$ .

## 4.2 SISTEMA EXPERIMENTAL

O sistema experimental utilizado no ensaio dos diferentes dispositivos de medição de caudal foi o existente no Lab40 do DAO da UA, desenvolvido para as aulas da disciplina de Técnicas de Tratamento de Efluentes Gasosos (Matos, 2004).

Trata-se de uma instalação piloto que dispõe de um conjunto de dispositivos de operação e de medição articulados através de um sistema de controlo e aquisição automática de dados que está representada na seguinte figura.



**Figura 4.5 – Esquema simplificado do hardware utilizado**

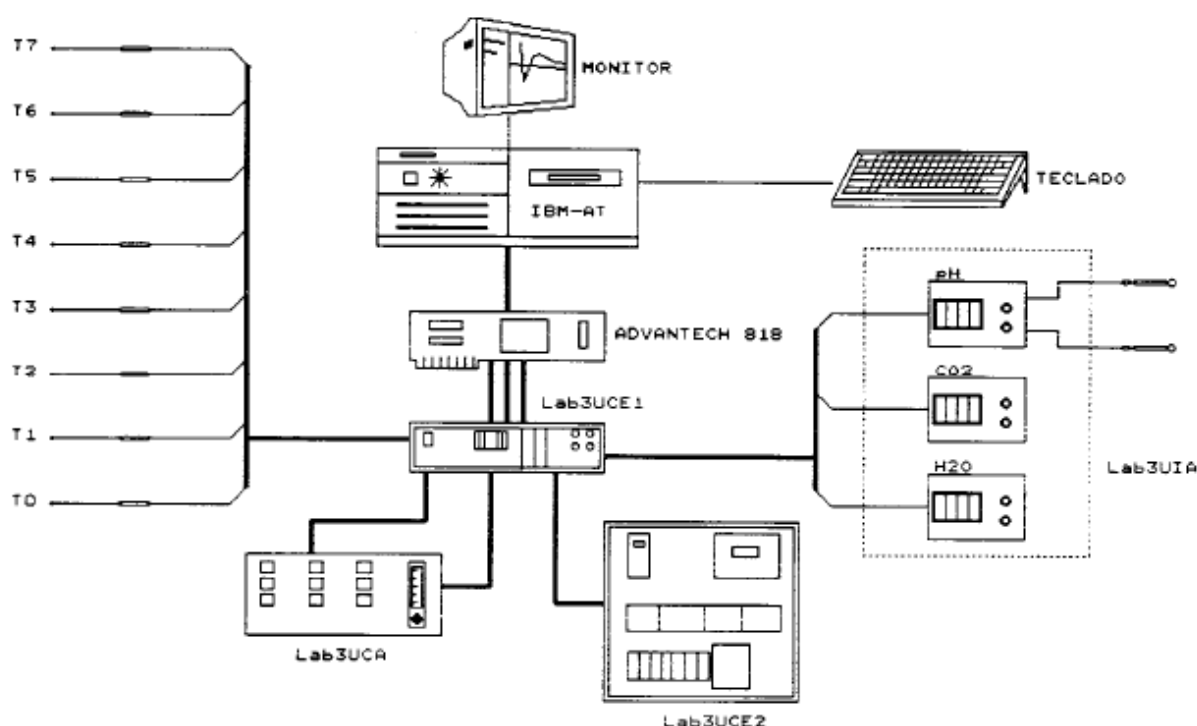
Este sistema é composto, nas partes relevantes para este trabalho, por:

- Sistema de ventilação e variação de caudal do ar: composto por ventilador e válvulas de estrangulamento e bypass;
- Suporte e placa de orifício com as respectivas tomas de pressão
- Sensor de caudal mássico de gás para medição do caudal de gás traçador (CO<sub>2</sub>);
- Sensor de concentração de CO<sub>2</sub>;

- Sensores de humidade relativa, pressão absoluta, pressão diferencial e de temperatura.
- Software de controlo e aquisição de dados;
- Computador para o tratamento de dados.

Este sistema é composto por diferentes elementos através dos quais se realiza a operação dos equipamentos de tratamento de efluentes gasosos, dos órgãos acessórios bem como a leitura dos diferentes sensores.

O sistema pode ser esquematizado do seguinte modo:



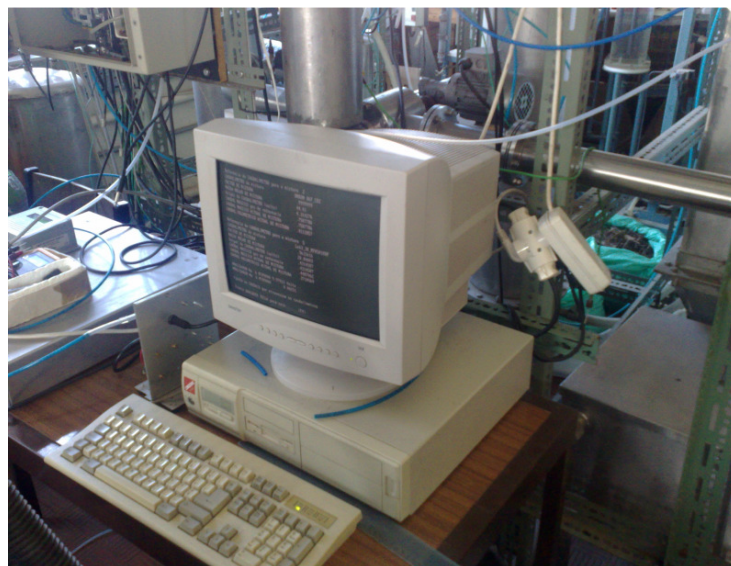
**Figura 4.6 - Sistema de aquisição e controlo**

Esses elementos são os seguintes:

- IBM AT - um computador, dotado de disco duro, monitor, teclado e uma placa de controlo e aquisição de dados (placa Advantech PCL818, de 12 bits) caracterizada por apresentar 8 canais de conversão analógico digital (ADC), 2 canais de conversão digital analógico (DAC), 16 canais digitais de entrada (ID), 16 canais digitais de saída (OD) e operada através de software preparado em linguagem QuickBASIC para ambiente de trabalho em MS-DOS;



- Lab3UCE1 - Unidade de Comando Electrónico 1 onde se encontram um conjunto de elementos de hardware (placas electrónicas) com funções específicas, incluindo a operação da Lab3UCE2 e da Lab3UCA; suporta os sensores de pressão, a ligação e multiplexagem dos sensores de temperatura bem como a ligação dos outros sensores;
- Lab3UCA - Unidade de Comando e Distribuição de gás, ligada ainda à Lab3UCE1, é composta por três circuitos pneumáticos (controlo da mistura gasosa reagente, de amostragem gasosa multiponto e distribuição multicomponente de gás), um caudalímetro de gás e diversos dispositivos electrotécnicos de controlo da amostragem e operação da torre de absorção (Lab3CAUC);
- Lab3UCE2 - Unidade de Comando Electrónico 2, que suporta o material electrotécnico relacionado com a segurança e operação dos diferentes órgãos acessórios, o controlador/regulador do motor do alimentador de partículas e o circuito pneumático de multiplexagem das diferentes tomas da perda de carga nos diferentes dispositivos);
- Lab3UAI - Unidade de Análise e Instrumentação, que suporta o sensor de CO<sub>2</sub> em fase gasosa, o transmissor /controlador de pH, o transmissor de humidade e temperatura.

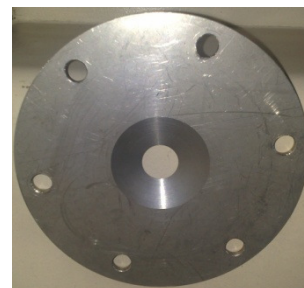


**Figura 4.7 - Fotografia do sistema de aquisição e comando**

Possui ainda um sistema de ventilação composto por um aspirador industrial (HOOVER, Mod.C2734, com dois motores em paralelo de 1000W cada), apropriado para operar com partículas sólidas e líquidas que pode ser visto na fotografia ao lado. Os dois motores podem ser operados independentemente para proporcionar caudais diferentes. Existe também duas válvulas que permitem estrangular ou bypassar o aspirador de modo a ser possível regular finamente o caudal que passa na placa de orifício. O sistema opera em depressão.



A medição de caudal gasoso que atravessa a instalação é efectuada a partir da perda de carga, da pressão atmosférica, da temperatura e da natureza do fluido que atravessa uma placa de orifício conforme discutido na secção 4.1.3.4. Uma das placas de orifício utilizadas pode ser vista na fotografia ao lado.



Para a obtenção dos valores de caudal mássico calculados pelo método da diluição dinâmica foram utilizadas as rotinas implementadas em BASIC já desenvolvidas anteriormente. Estas rotinas – DILAR – implementam um algoritmo recursivo de obtenção do valor de **Gm<sub>2</sub>**.

Os sensores utilizados são descritos na secção seguinte.

### 4.3 CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS SENSORES

Nesta secção caracterizam-se os sensores utilizados referindo-se as suas características técnicas retiradas da documentação dos fabricantes bem como obtida a incerteza expandida associada à medição de cada um deles.

Serão abordados os sensores relativos às seguintes variáveis:

- Temperatura ambiente
- Pressão atmosférica
- Humidade
- Pressão diferencial (orifício)
- Forma do orifício

#### 4.3.1 SENSOR DE TEMPERATURA

Para a medição da temperatura foi utilizado um sensor com as seguintes características (retiradas do catálogo do fabricante):

Marca	Thermocoax
Modelo	TKI 15/10
Gama	-200 a 1000 °C
Tipo	K
Material junção	NiCr(+) / NiAl(-)



**THERMOCOAX**

A relação entrada saída para um termopar deste tipo encontra-se tabelada. Contudo a medição envolve um circuito de amplificação implicando assim um função de transferência do tipo  $T = f(mV)$ . É este função que é objecto de calibração.

Este tipo de sensor foi calibrado em (Rodrigues, 2009) utilizando um padrão certificado tendo-se obtido uma incerteza expandida para a gama de temperaturas relevante de  $U=1,2K$  (utilizando um factor de expansão  $k=2$ )

#### 4.3.2 SENSOR DE HUMIDADE

Para a medição da humidade presente no ar de diluição (ar ambiente) foi utilizado um sensor com as seguintes características (retiradas do catálogo do fabricante):

Marca	Vaisala
Modelo	HMP233A2A2A2DD12C1A3B
Gama HR	0...100% HR
Precisão HR	± 2% HR (0...90%RH) ± 3% HR (90...100%RH)
Gama Temperatura	-40 ... +80 °C
Precisão Temperatura	± 0.1 °C
Sensor Temperatura	Pt 100 IEC751 1/3 Class B
Tempo de resposta	15 seg
Alimentação	230 VAC



**VAISALA**

Este equipamento veio calibrado de fábrica aceitando-se que a sua calibração está válida desde essa altura.

Foi feito um balanço de incerteza para a gama 0 a 90%HR que é a gama de trabalho.

**Tabela 4.3 - Balanço de incerteza para o sensor de humidade**

Fonte Incerteza	Estimativa			Incerteza Padrão	Coeficientes sensibilidade	Incerteza padrão parcial	Graus de liberdade
(X <sub>i</sub> )	(x <sub>i</sub> )			u (x <sub>i</sub> )	(c <sub>i</sub> )	u <sub>i</sub> (x <sub>i</sub> )	(v <sub>i</sub> )
	Referencia	Unidade	Valor				
			[%HR]	[ppm]	[-]	[ppm]	[-]
Precisão	Datasheet ±2%HR	%HR	2,00	1,15	1	1,15	50
Desv pad	Medido	%HR	0,016	0,016	1	0,016	23

u(y)	1,15
graus liberdade	50
Fact. Expansão	2,05
U	2,37
Y = y ± 2,37 %HR	

O desvio padrão foi calculado a partir dos valores em anexo (ver dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 6). O valor do desvio padrão obtidos foi  $\sigma=0,016\%HR$ .

#### 4.3.3 SENSOR DE PRESSÃO ATMOSFÉRICA

Para a medição da pressão atmosférica foi utilizado um sensor com as seguintes características (retiradas do catálogo do fabricante):

Marca	Motorola
Modelo	MPX5100AP
Gama	15 a 115 kPa
Temperatura	0 a 85°C
Pressão máxima	400 kPa
Alimentação	5 Vdc
Sensibilidade	45 mV/kPa

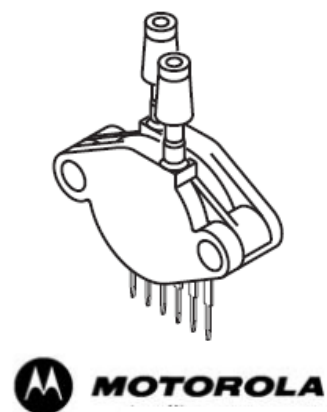


Este sensor foi calibrado com uma leitura da pressão absoluta em barómetro (Departamento de Física - Universidade de Aveiro, 2011) e com um manómetro de coluna de água. De medições e calibrações anteriores adaptou-se para a incerteza expandida associada a este medidor o valor de  **$U = \pm 150 \text{ Pa}$**  (considerando  **$k=2,0$** ).

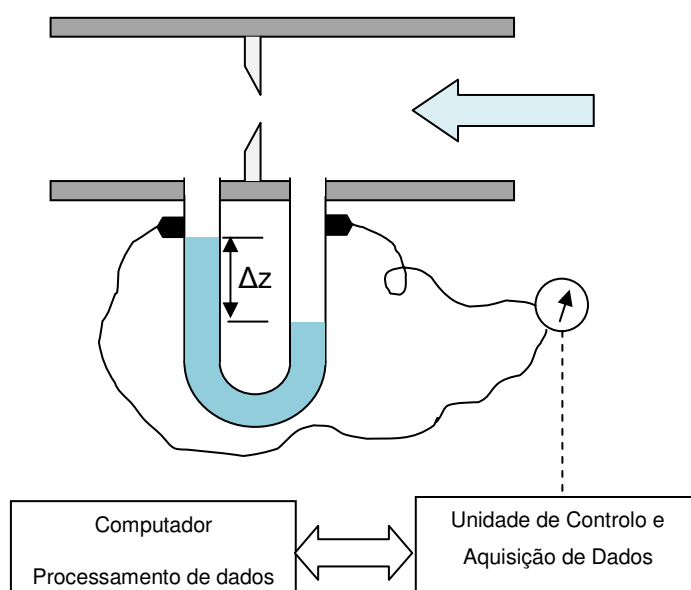
#### 4.3.4 SENSOR DE PRESSÃO DIFERENCIAL

Para a medição da pressão diferencial foi utilizado um sensor com as seguintes características (retiradas do catálogo do fabricante):

Marca	Motorola
Modelo	MPX5010DP
Gama	0 a 100 kPa
Temperatura	0 a 85°C
Pressão máxima	400 kPa
Alimentação	5 Vdc
Sensibilidade	45 mV/kPa



Este sensor foi calibrado por um método directo. Foi registado o valor da tensão eléctrica produzida pelo sensor e o valor da perda de carga lida (com fita métrica) num manómetro diferencial composto por tubo em forma de “U” cheio com água, como se pode ver na seguinte figura.



**Figura 4.8 - Leitura da pressão diferencial**

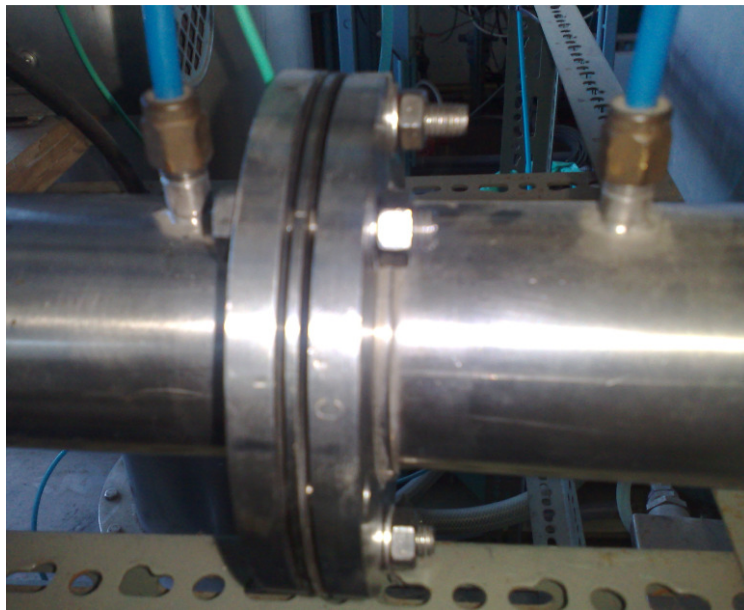
O valor da pressão diferencial pode ser obtido da seguinte equação:

$$\Delta p = \Delta z \cdot \rho \cdot g \quad \text{Eq. 4.16}$$

onde

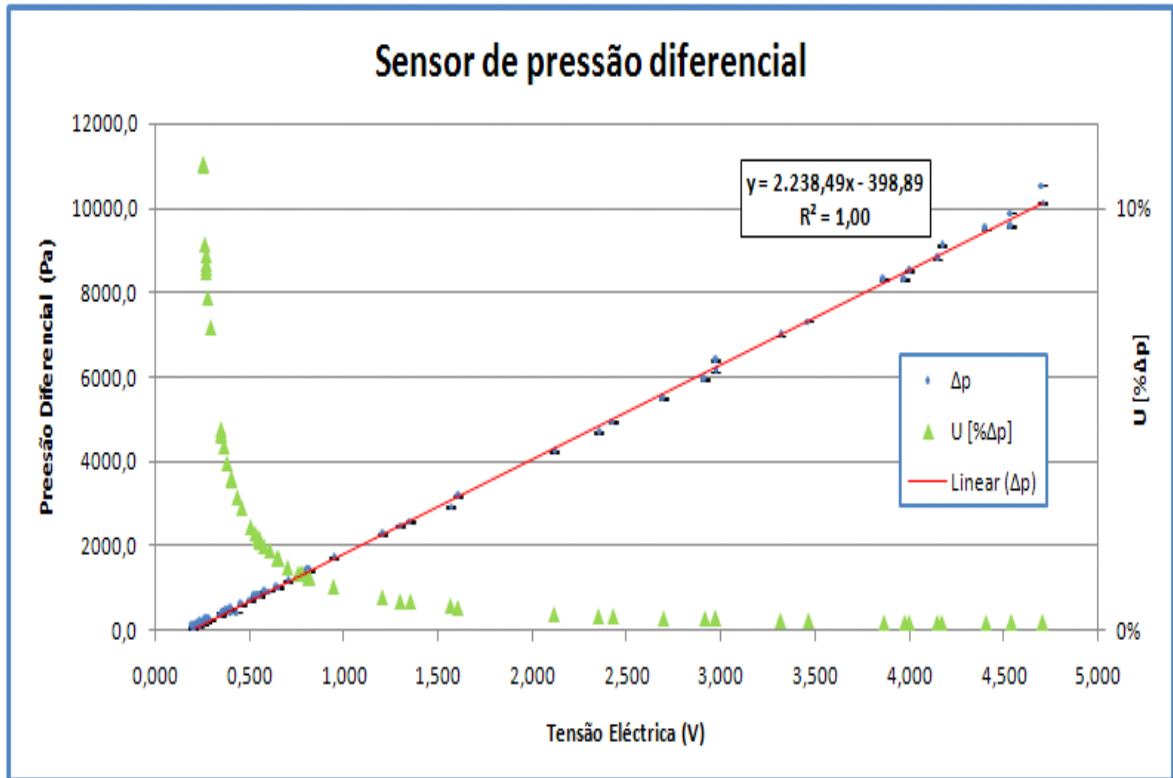
$\Delta z$	Distancia medida entre as duas superfícies de líquido do manómetro em “U” [m]
$\Delta p$	Pressão diferencial [Pa]
$\rho$	Densidade do líquido no manómetro [kg/m <sup>3</sup> ]
$g$	Aceleração da gravidade = 9.8 [m.s <sup>-2</sup> ]

O valor de  $\Delta z$  foi obtido por medição directa com fita métrica no manómetro de líquido. O líquido utilizado foi água.



**Figura 4.9 – Fotografia das tomas de pressão**

Foram anotados pares de valores  $\langle U, \Delta p \rangle$ , sendo  $U$  a tensão eléctrica, a que depois foi aplicado um método de aproximação a um modelo linear como se pode ver na seguinte figura (ver dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 7”).



**Figura 4.10 - Calibração directa do medidor de pressão diferencial**

Obtemos assim o modelo para este sensor da forma:

$$\Delta p = 2238,49 \cdot V - 398,88 \quad \text{Eq. 4.17}$$

#### 4.3.4.1 INCERTEZA ASSOCIADA À MEDIÇÃO

O valor de  $\Delta z$  foi obtido por medição directa com fita métrica, estando por isso sujeito a diversos fontes de erros, desde logo o erro estimado de medida ( $\pm 0,5\text{mm}$ ) e erro estimado de paralaxe ( $\pm 1\text{mm}$ ).

O valor da pressão é obtido por:

$$\Delta p = \Delta z \cdot \rho \cdot g \quad \text{Eq. 4.18}$$

Aplicando o método descrito no GUM (GUM, 1993) temos:

**Tabela 4.4 - Balanço de incerteza associada à média de pressão diferencial**

Fonte Incerteza ( $x_i$ )	Estimativa ( $x_i$ )	Incerteza Padrão $u(x_i)$	Coefficientes sensibilidade ( $c_i$ )	Incerteza padrão parcial $u_i(y_i)$	Graus de liberdade ( $v_i$ )
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]
Resolução Fita métrica	0,5	0,00029	9800	2,83	$\infty$
Paralaxe	1,5	0,00087	9800	8,49	$\infty$

Incerteza padrão da medida ( $u(y)$ )	8,95
Graus de liberdade efectivos ( $v_{\text{eff}}$ )	$\infty$
Factor de expansão ( $k$ )	2,00
Incerteza expandida da medida ( $U$ ) [mm]	17,9

Onde o factor de sensibilidade é calculado por  $\frac{d\Delta p}{d\Delta H} = \rho \cdot g$ .

#### 4.3.5 FORMA DO ORIFÍCIO

Foram neste trabalho utilizadas diversas placas de orifício que foram fabricadas com o propósito do seu ensaio, intercomparação e modelização.

Dado que a conduta principal de ar que foi utilizada não foi alterado, o factor de forma  $\beta$  depende somente do diâmetro do orifício:

**Tabela 4.5 - Factor de forma das placas de orifício utilizadas**

Diâmetro do Tubo, $D$	Diâmetro do Orifício, $d$	Factor de forma, $\beta$
[mm]	[mm]	[-]
60	36	0,60
60	30	0,50
60	25	0,42
60	19,5	0,36
60	15,5	0,25





**Figura 4.11 - Fotografia de três placas de orifício utilizadas**

Todas as placas de orifício utilizadas cumprem as recomendações dimensionais da norma (ver 4.1.3.4).

#### 4.3.5.1 INCERTEZA ASSOCIADA À MEDIDA

O valor do diâmetro do tubo e do diâmetro do orifício foram medidos com paquímetro.

Considerando o erro máximo de  $\pm 0.25\text{mm}$ , temos que os valores médios das dimensões são os referidos acima assumindo-se uma distribuição uniforme com os limites  $\pm 0.25\text{mm}$  à volta do respectivo valor médio. Outro erro que poderia surgir seria a ovalização do orifício, no entanto, essa ovalização é menor que o erro do paquímetro referido acima. A expansão térmica do material também se considera pouco significativa pois durante os vários dias de testes as temperaturas no laboratório mantiveram-se dentro do intervalo  $[20...22^\circ\text{C}]$ . O factor de expansão térmica máximo do aço inox é  $\alpha = 1.9\text{E-}7 \text{ [K}^{-1}\text{]}$  o que para os valores em causa dá uma variação máxima do diâmetro do orifício de:

$$\Delta d = 36 \text{ mm} \times 1,9\text{E-}7 \text{ K}^{-1} \times 2 \text{ K} = 1,37\text{E-}3 \text{ mm.} \quad \text{Eq. 4.19}$$

Este erro em  $d$ , apesar de importante no cálculo do valor do caudal, não é relevante para o cálculo da incerteza global do medidor de orifício pois trata-se de um valor constante durante o período experimental.

#### 4.3.6 PROPRIEDADES DO GÁS DE DILUIÇÃO

As propriedades do gás relevantes para o processo de medição incluem: a composição, a temperatura e a pressão. A partir destas é possível determinar a densidade, a viscosidade, etc. O gás utilizado para diluição é ar atmosférico nas condições do laboratório. O ar atmosférico é composto de ar seco e vapor de água. O teor de vapor de

água do gás de diluição é calculado a partir da medição da humidade relativa (HR) e da temperatura do gás (T), expresso em termos da pressão de vapor,  $p_v$ :

$$p_v = \frac{HR}{100} \cdot p_{sv} \quad \text{Eq. 4.20}$$

Em que a pressão de valor de saturação,  $p_{sv}$ , é calculada a partir da expressão (Matos, et al., 2007).

$$p_{sv} = e^{a_0 - a_1 \cdot T - a_2 \cdot \frac{1}{T} + a_3 \cdot T^2 - a_4 \cdot T^3} \quad \text{Eq. 4.21}$$

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2251156E + 02 \\ -0.202905E - 01 \\ -0.6333500E + 04 \\ 0.1587325E - 04 \\ -0.3161718E - 08 \end{bmatrix}$$

vindo a fracção molar do vapor de água no ar atmosférico dada por:

$$y_v = \frac{p_v}{P_{atm}} \quad \text{Eq. 4.22}$$

em que  $T$  e  $p$  são respectivamente a temperatura e a pressão absoluta do ar atmosférico.

A massa molar do gás húmido,  $M_G$  calcula-se através de:

$$M_G = M_v \cdot y_v + (1 - y_v) M_d \quad \text{Eq. 4.23}$$

Em que a massa molar do vapor de água  $M_v=18$  kg/kmol e a massa molar do gás seco é dada tendo em conta a composição dada:

$$M_d = 2 * 14,0067 y_{N_2} + 2 * 15,9994 y_{O_2} + 39,9481 y_{Ar} + 43,9898 y_{CO_2} \quad \text{Eq. 4.24}$$

$$\begin{bmatrix} y_{N_2} \\ y_{O_2} \\ y_{Ar} \\ y_{CO_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7711 \\ 0,2069 \\ 0,00919 \\ 0,000788 \end{bmatrix}$$

A massa volúmica ou densidade do gás é dada de acordo com a equação de estado dos gases perfeitos, dependendo da temperatura, da pressão e da natureza do gás. Admitindo que o escoamento é isotérmico, a pressão difere entre a entrada e a saída da placa de orifício. A pressão a jusante (P2) é medida directamente com um sensor de pressão absoluta ou a partir da depressão manométrica (ou estática) expressa como coluna de água  $\Delta z_{est}$  (m) em relação à atmosfera, dada por:

$$p_2 = p_{atm} - 9800 \cdot \Delta z_{est} \quad Eq. 4.25$$

A pressão a montante,  $P_1$ , calcula-se fazendo acrescer a perda de carga expressa como coluna de água através da placa de orifício  $\Delta z_{dif}$  (m) à pressão absoluta a jusante ou seja

$$p_1 = p_2 + 9800 \cdot \Delta z_{dif} \quad Eq. 4.26$$

A densidade a montante calcula-se por:

$$\rho_1 = \frac{p_1 \cdot M_g}{R^* \cdot T} \quad Eq. 4.27$$

A densidade a jusante calcula-se por:

$$\rho_2 = \frac{p_2 \cdot M_g}{R^* \cdot T} \quad Eq. 4.28$$

A viscosidade dinâmica do efluente gasoso ( $\mu_{ar} = \mu_G$ ) determina-se a partir da viscosidade dos componentes, ponderada pela respectiva abundância, dada por:

$$\mu_G = \frac{\sum y_i \cdot \mu_i \cdot \sqrt{M_i}}{\sum \mu_i \cdot \sqrt{M_i}} \quad Eq. 4.29$$

Em que a viscosidade do ar seco:

$$\mu_d = 0,299906 \cdot 10^{-5} + 0,58545 \cdot 10^{-7} \cdot T - 0,25129 \cdot 10^{-10} \cdot T^2 + 0,62432 \cdot 10^{-14} \cdot T^3 \quad Eq. 4.30$$

E a viscosidade do vapor de água:

$$\mu_v = 10^{-6} / (0,4969347 - 0,237 \cdot 10^{-2} \cdot T + 0,449 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 + 4,29 \left(\frac{1}{T}\right)^2 - 0,301 \cdot 10^{-8} \cdot T^3) \quad Eq. 4.31$$

#### 4.3.7 APLICAÇÃO DO MODELO DADO PELA NORMA ISO 5167-2:2004

O modelo do orifício apresentado pela norma e descrito na secção 4.1.3 relaciona o caudal mássico com a perda de carga, as dimensões da placa e as características do gás, é dado por:

$$G_m = \frac{C_d}{\sqrt{1-\beta^4}} \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta p} \quad \text{Eq. 4.9}$$

$$\varepsilon_1 = 1 - (0,351 + 0,256 \cdot \beta^4 + 0,93 \cdot \beta^8) \cdot \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/k}\right) \quad \text{Eq. 4.10}$$

$$Re_D = \frac{4 \cdot G_m}{\pi \cdot \mu_1 \cdot D} \quad \text{Eq. 4.15}$$

$$C_d = 0,5961 + 0,0261 \cdot \beta^2 - 0,216 \cdot \beta^8 + 0,000521 \cdot \left(\frac{10^6 \cdot \beta}{Re_D}\right)^{0,7} + (0,0188 + 0,0063 \cdot A) \cdot \beta^{3,5} \cdot \left(\frac{10^6}{Re_D}\right)^{0,3} \quad \text{Eq. 4.12}$$

$$+ (0,043 + 0,080 \cdot e^{-10 \cdot L_1} - 0,123 \cdot e^{-7 \cdot L_1}) \cdot (1 - 0,11 \cdot A) \cdot \frac{\beta^4}{1 - \beta^4} - 0,031 \cdot (M_2 - 0,8 \cdot M_2^{1,1}) \cdot \beta^{1,3} + 0,011 \cdot (0,75 - \beta) \cdot \left(2,8 - \frac{D}{25,4}\right) \quad \text{Eq. 4.13}$$

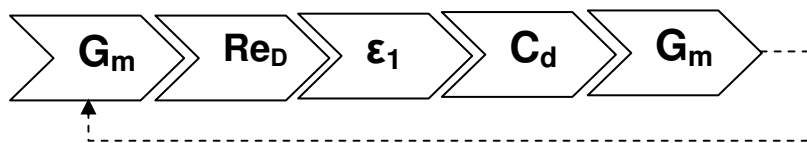
$$M_2 = \frac{2 \cdot L_2}{1 - \beta} \quad ; \quad A = \left(\frac{19000 \cdot \beta}{Re_D}\right)^{0,8} \quad \text{Eq. 4.14}$$

Onde:

$C_d$	Coeficiente de descarga
$\varepsilon_1$	Factor de expansão (nas condições a montante)
$G_m$	Caudal mássico
$d$	Diâmetro do orifício
$\Delta p$	Perda de carga no orifício
$\rho_1$	Densidade do fluido a montante
$k$	Expoente isentropico, depende da pressão e temperatura do fluido
$\beta$	Razão de diâmetros
$P_1$	Pressão a montante

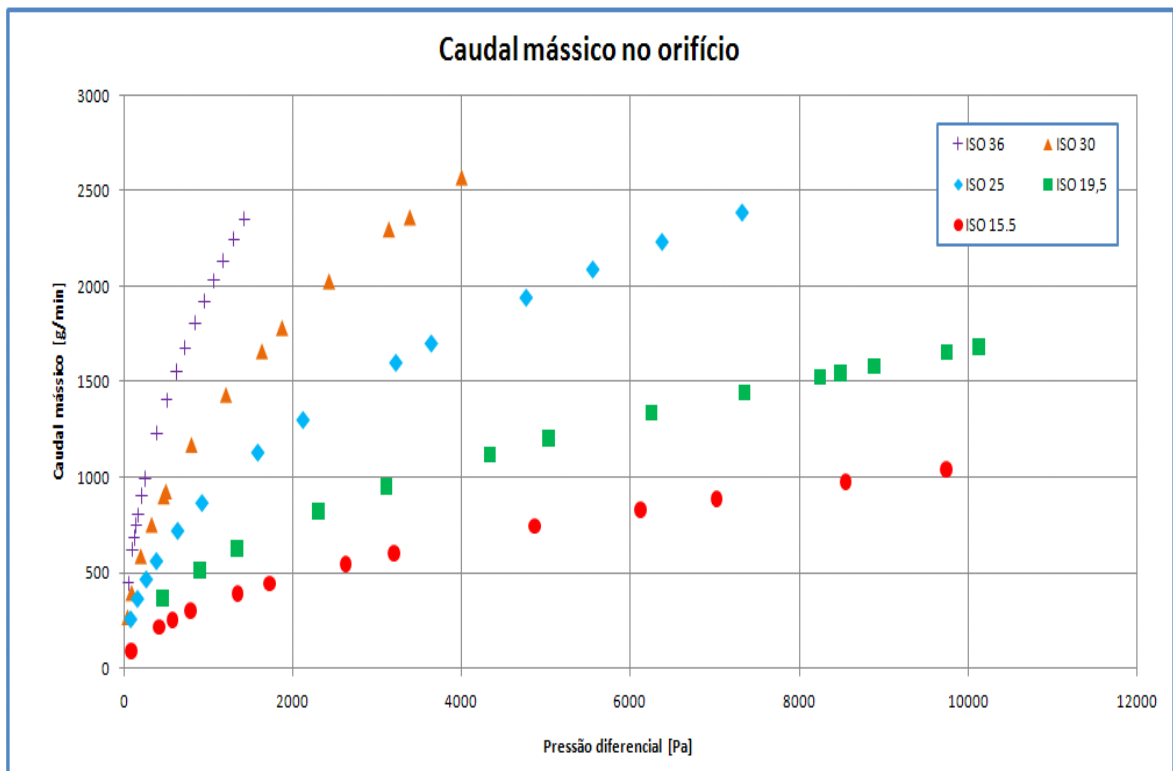
$P_2$	Pressão a jusante
$L_1=l_1/D$	Razão entre a distância da tomada de pressão a montante ao orifício e o diâmetro do tubo
$L_2=l_2/D$	Razão entre a distância da tomada de pressão a jusante ao orifício e o diâmetro do tubo
$Re_D$	Número de Reynolds relativo a $D$
$D$	Diâmetro do tubo a montante da redução
$\mu_1$	Viscosidade do fluido

Para o cálculo destes valores é necessário um procedimento iterativo que converge:



Foram utilizadas diversas placas de orifício fabricadas propositadamente para este trabalho. Os diâmetros de orifício utilizados foram de {15.5; 19.5; 25; 30; 36} mm.

No “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 8 até Conjunto de Dados # 12” podem ser vistos os dados que servem de base ao seguinte gráfico.



**Figura 4.12 - Valores obtidos pela aplicação do modelo de orifício recomendada pela norma**

Por outro lado podemos obter as velocidades do ar ao atravessar o orifício que podem ser vistas no seguinte gráfico.

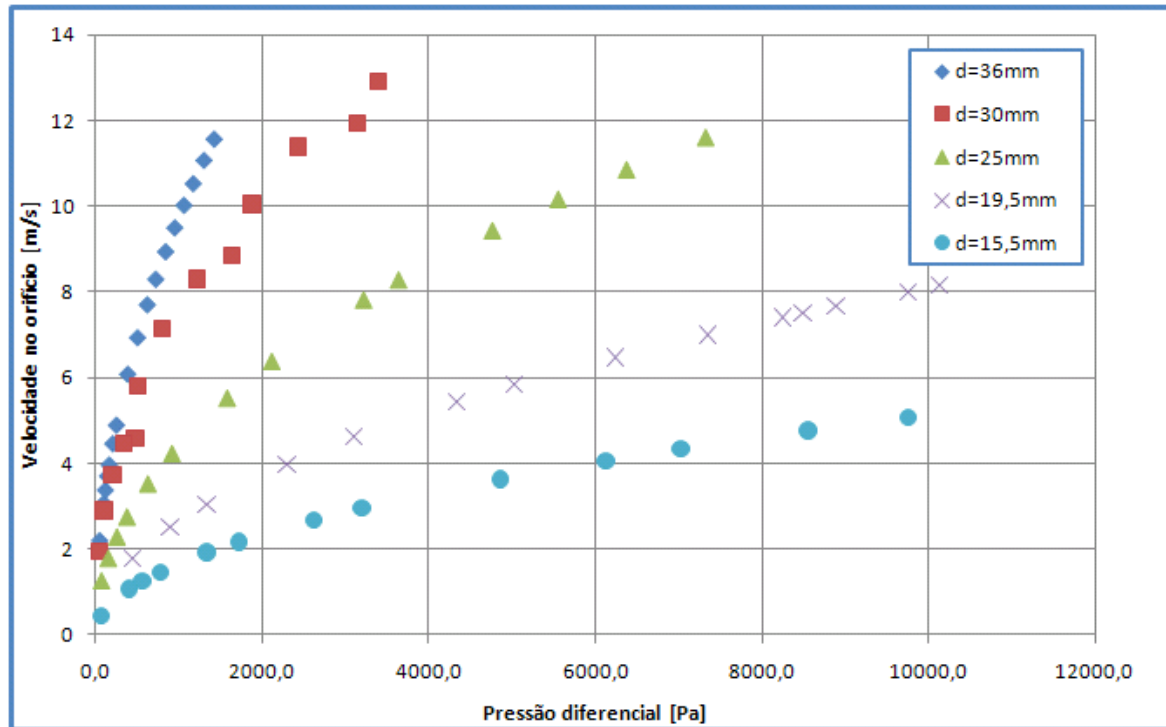


Figura 4.13 - Velocidade do ar ao atravessar o orifício

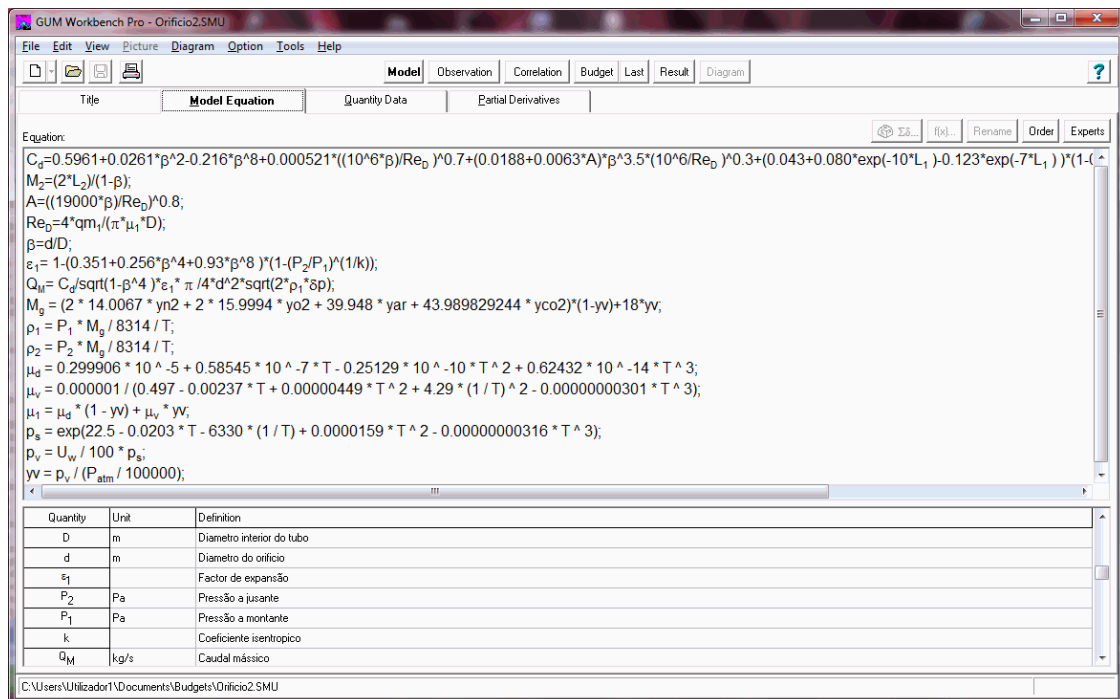
#### 4.4 INCERTEZA ASSOCIADA À MEDIÇÃO

##### 4.4.1 SOFTWARE GUM WORKBENCH

Para a determinação da incerteza associada à medida de caudal mássico através da placa de orifício, calculada pela formulação recomendada pela norma, foi utilizado o software GUM Workbench distribuído pelo Danish Technological Institute, versão 2.4.1.384 (demonstração).



Este software possui um interface que pode ser visto na seguinte figura (DTI, 2011).



**Figura 4.14 - Interface gráfico do software GUM Workbench**

Este software permite aplicar a metodologia GUM ao estudo da incerteza de modelos analíticos.

Para possibilitar os cálculos há que introduzir:

- O modelo analítico
- A caracterização estatística das variáveis em presença

#### 4.4.2 A CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS

Todas as variáveis envolvidas tem que estar caracterizadas estatisticamente, sendo introduzido no software a informação necessária conforme o tipo de incerteza padrão (tipos “A” ou “B”) em que se enquadra cada uma das variáveis em presença.

Incerteza padrão tipo “A”

- Um conjunto de leituras para o qual o software calcula os parâmetros estatísticos

Incerteza padrão tipo “B”

- Forma da curva de distribuição de probabilidade

- Valor médio
- Variância ou limites de intervalo

Na seguinte figura apresenta-se um exemplo de uma caracterização de uma variável, neste caso a pressão a jusante

**Figura 4.15 - Caracterização da variável "P2-Pressão a jusante"**

#### 4.4.3 MODELO ANALÍTICO DA PLACA DE ORIFÍCIO

O modelo analítico a introduzir no software foi uma transcrição exacta do modelo ISO para a placa de orifício utilizado neste trabalho. Na seguinte figura está o modelo:

```

Cd=0.5961+0.0261*β2-0.216*β8+0.000521*((106*β)/ReD)0.7+(0.0188+0.0063*A)*β3.5*(106/ReD)0.3+
+(0.043+0.080*exp(-10*L1)-0.123*exp(-7*L1))*((1-0.11*A)*β4/(1-β4)-0.031*(M2-0.8*M21.1)*β1.3;
M2=(2*L2)/(1-β);
A=((19000*β)/ReD)0.8;
ReD=4*qm1/(π*μ1*D);
β=d/D;
ε1=1-(0.351+0.256*β4+0.93*β8)*(1-(P2/P1)(1/k));
QM=Cd/sqrt(1-β4)*ε1*π/4*d2*sqrt(2*ρ1*δp);
Mg=(2*14.0067*yn2+2*15.9994*yo2+39.948*yar+43.989829244*yco2)*(1-yv)+18*yv;
ρ1=P1*Mg/8314/T;
ρ2=P2*Mg/8314/T;
μd=0.299906*10-5+0.58545*10-7*T-0.25129*10-10*T2+0.62432*10-14*T3;
μv=0.000001/(0.497-0.00237*T+0.00000449*T2+4.29*(1/T)2-0.00000000301*T3);
μ1=μd*(1-yv)+μv*yv;
ps=exp(22.5-0.0203*T-6330*(1/T)+0.0000159*T2-0.00000000316*T3);
pv=Uw/100*ps;
yv=pv/(Patm/100000);

```

**Figura 4.16 - Modelo analítico da placa de orifício**

#### 4.4.4 RESULTADOS

Tendo-se introduzido todos os dados no programa GUM Workbench, nomeadamente: constantes:



**Tabela 4.6 - Constantes utilizadas**

Constante	Valor
$\pi$	3,141592
$L_1$	1
$L_2$	0,46
D	0,06
k	1,4
$y_{N_2}$	0,779781
$y_{O_2}$	0,209175
$y_{CO_2}$	0,000927
$y_{Ar}$	0,009327

Variáveis independentes:

**Tabela 4.7 - Variáveis independentes utilizadas**

Variável	Distribuição	U expandida	Unidade
P1	Rectangular	150	Pa
P2	Rectangular	150	Pa
Patm	Rectangular	150	Pa
T	Rectangular	1.2	K
$\Delta p$	Rectangular	18	Pa
HR	Rectangular	2.37	%

A partir destes dados bem como o valor médio das variáveis para o ponto em questão o programa calcula analiticamente os factores de sensibilidade como se pode ver no exemplo seguinte:



**Tabela 4.8 - Balanço de incerteza produzido pelo software para o modelo do orifício**

Quantity	Value	Standard Uncertainty	Degrees of Freedom	Distribution	Sensitivity Coefficient	Uncertainty Contribution	Corr. Coeff.	Index
$C_d$	0.62343797	$5.82 \cdot 10^{-6}$	100					
$\beta$	0.6	0.0	∞					
$Re_D$	19648.9	12.5	100					
$A$	0.646923	0.000329	100					
$L_1$	1.0							
$M_2$	2.3	0.0	∞					
$d$	0.036 m							
$L_2$	0.46							
$q_{m1}$	0.016589103 kg/s							
$\mu$	3.14159265							
$P_1$	0.0000179161	$11.4 \cdot 10^{-9}$	100					
$D$	0.06 m							
$\eta_1$	0.99929	0.00281	200					
$P_2$	100.129 10 <sup>3</sup> Pa	700 Pa	100	normal	$47 \cdot 10^{-9}$	0.000033 kg/s	0.0947	0.9 %
$P_1$	100.378 10 <sup>3</sup> Pa	700 Pa	100	normal	$35 \cdot 10^{-9}$	0.000025 kg/s	0.0711	0.5 %
$k$	1.4							
$\rho_1$	1.19753 Kg/m <sup>3</sup>	0.00846 Kg/m <sup>3</sup>	110					
$\rho_p$	248.7 Pa	10.4 Pa	∞	rectangular	0.000033	0.00035 kg/s	0.9926	98.5 %
$M_g$	28.80869 g/mol	0.00295 g/mol	140					
$y_{m2}$	0.77978126							
$y_{o2}$	0.20917599							
$y_{ar}$	0.009327359							
$y_{co2}$	0.0009272977							
$y_v$	0.013005	0.000269	140					
$T$	290.445 °C	0.300 °C	100	normal	-0.000031	$-9.2 \cdot 10^{-6}$ kg/s	-0.0263	0.0 %
$d$	0.036 m							
$L_2$	0.46							
$q_{m1}$	0.016589103 kg/s							
$\mu$	3.14159265							
$P_1$	0.0000179161	$11.4 \cdot 10^{-9}$	100					
$D$	0.06 m							
$\eta_1$	0.99929	0.00281	200					
$P_2$	100.129 10 <sup>3</sup> Pa	700 Pa	100	normal	$47 \cdot 10^{-9}$	0.000033 kg/s	0.0947	0.9 %
$P_1$	100.378 10 <sup>3</sup> Pa	700 Pa	100	normal	$35 \cdot 10^{-9}$	0.000025 kg/s	0.0711	0.5 %
$k$	1.4							
$\rho_1$	1.19753 Kg/m <sup>3</sup>	0.00846 Kg/m <sup>3</sup>	110					
$\rho_p$	248.7 Pa	10.4 Pa	∞	rectangular	0.000033	0.00035 kg/s	0.9926	98.5 %
$M_g$	28.80869 g/mol	0.00295 g/mol	140					
$y_{m2}$	0.77978126							
$y_{o2}$	0.20917599							
$y_{ar}$	0.009327359							
$y_{co2}$	0.0009272977							
$y_v$	0.013005	0.000269	140					
$T$	290.445 °C	0.300 °C	100	normal	-0.000031	$-9.2 \cdot 10^{-6}$ kg/s	-0.0263	0.0 %
$\rho_d$	0.0000180363 Kg/m <sup>3</sup>	$13.7 \cdot 10^{-9}$ Kg/m <sup>3</sup>	100					
$\rho_v$	$8.7939 \cdot 10^{-6}$ Kg/m <sup>3</sup>	$12.2 \cdot 10^{-9}$ Kg/m <sup>3</sup>	100					
$p_2$	0.019716 bar	0.000374 bar	100					
$p_v$	0.013070 bar	0.000255 bar	110					
$U_w$	66.290 %	0.300 %	100	normal	$-640 \cdot 10^{-9}$	$-190 \cdot 10^{-9}$ kg/s	0.0	0.0 %
$P_{atm}$	100.500 10 <sup>3</sup> Pa	700 Pa	100	normal	$420 \cdot 10^{-12}$	$300 \cdot 10^{-9}$ kg/s	0.0	0.0 %
$q_M$	0.016589 kg/s	0.000349 kg/s	∞					

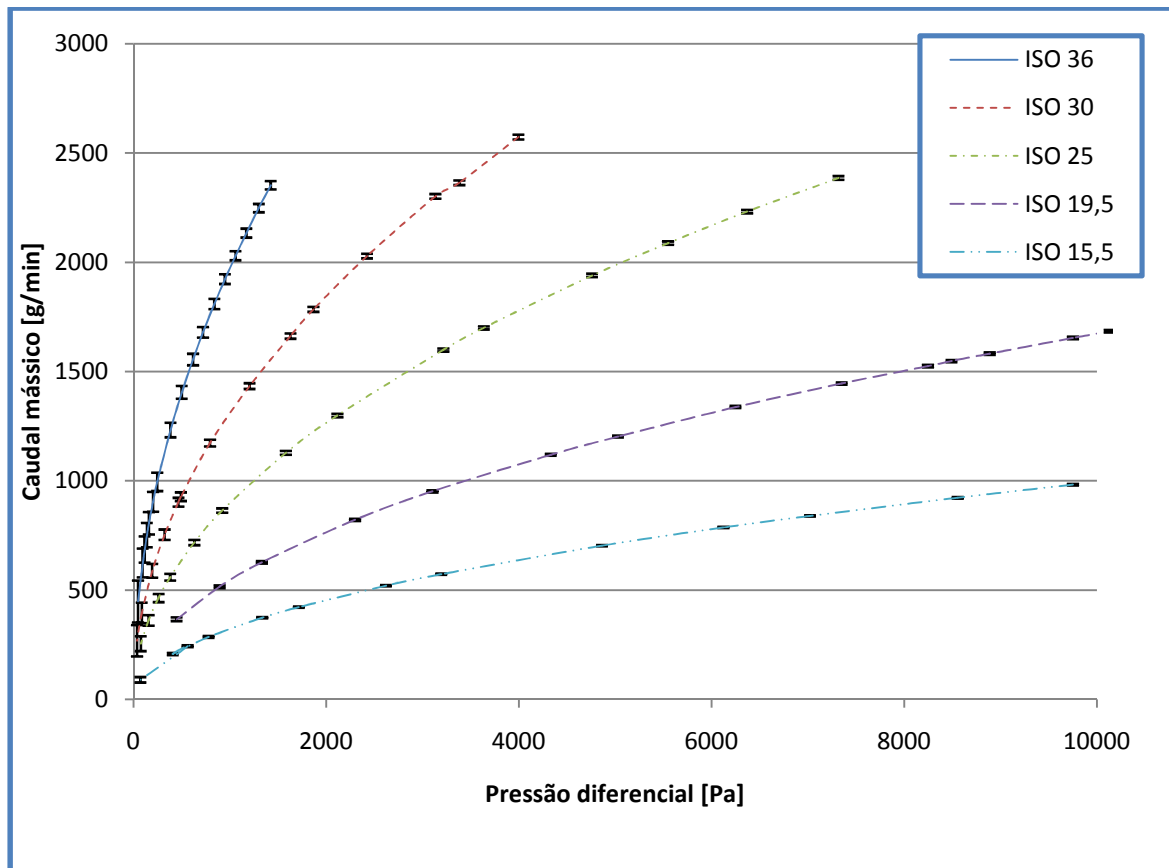
Obtendo-se o resultado para a incerteza expandida do valor do caudal mássico, **G<sub>m</sub>**:

Result:	Expanded Uncertainty:	Coverage Factor:	Coverage:
Value:			
0.01659 kg/s	± 0.00070 kg/s	2.00	95% (t-table 95.45%)

**Figura 4.18 - Incerteza Expandida calculada pelo software para um ponto.**

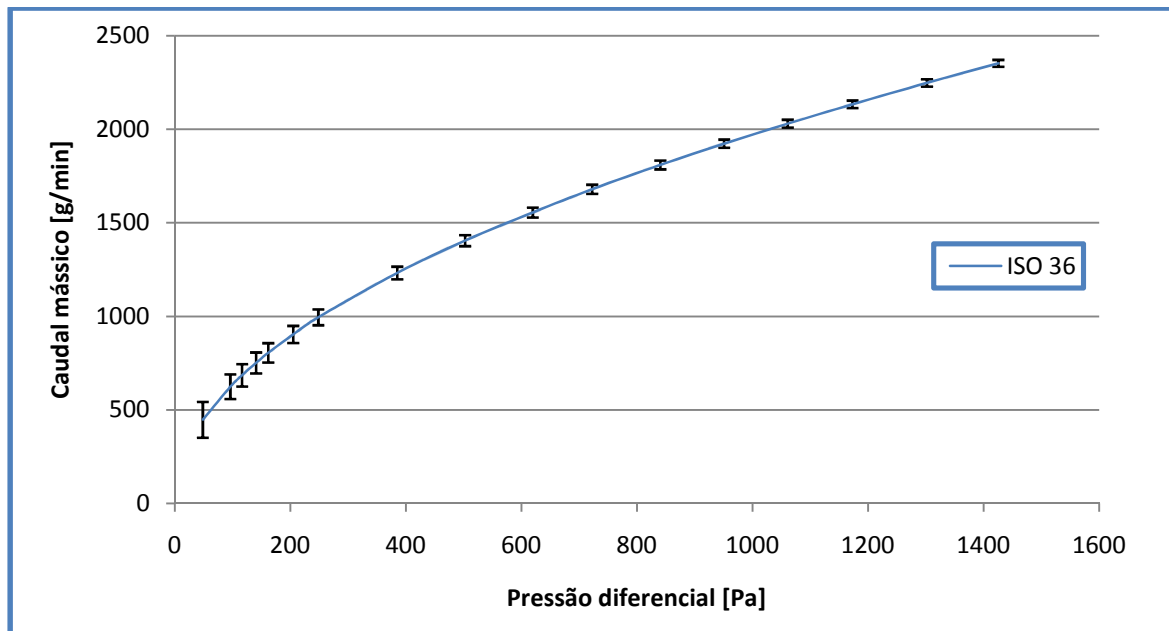
Que no caso do exemplo acima se poderá escrever como  $G_m = 0,01659 \pm 0,0007 \text{ kg/s}$ .

Este procedimento foi aplicado a cada um dos pontos de aquisição, alterando os valores médios das variáveis independentes e calculada a incerteza para o modelo ISO tendo-se obtido o seguinte gráfico que é o baseado nos mesmos dados que a Figura 4.12 acrescentando barras de variação representativas da incerteza expandida em cada ponto (ver dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 14”).



**Figura 4.19 - Incerteza expandida do modelo ISO**

Para melhor se visualizar apresenta-se este gráfico só para a placa de orifício de 36mm.



**Figura 4.20 - Incerteza expandida do modelo ISO (orifício 36mm)**

Pode-se representar as incertezas expandidas em função do caudal mássico:

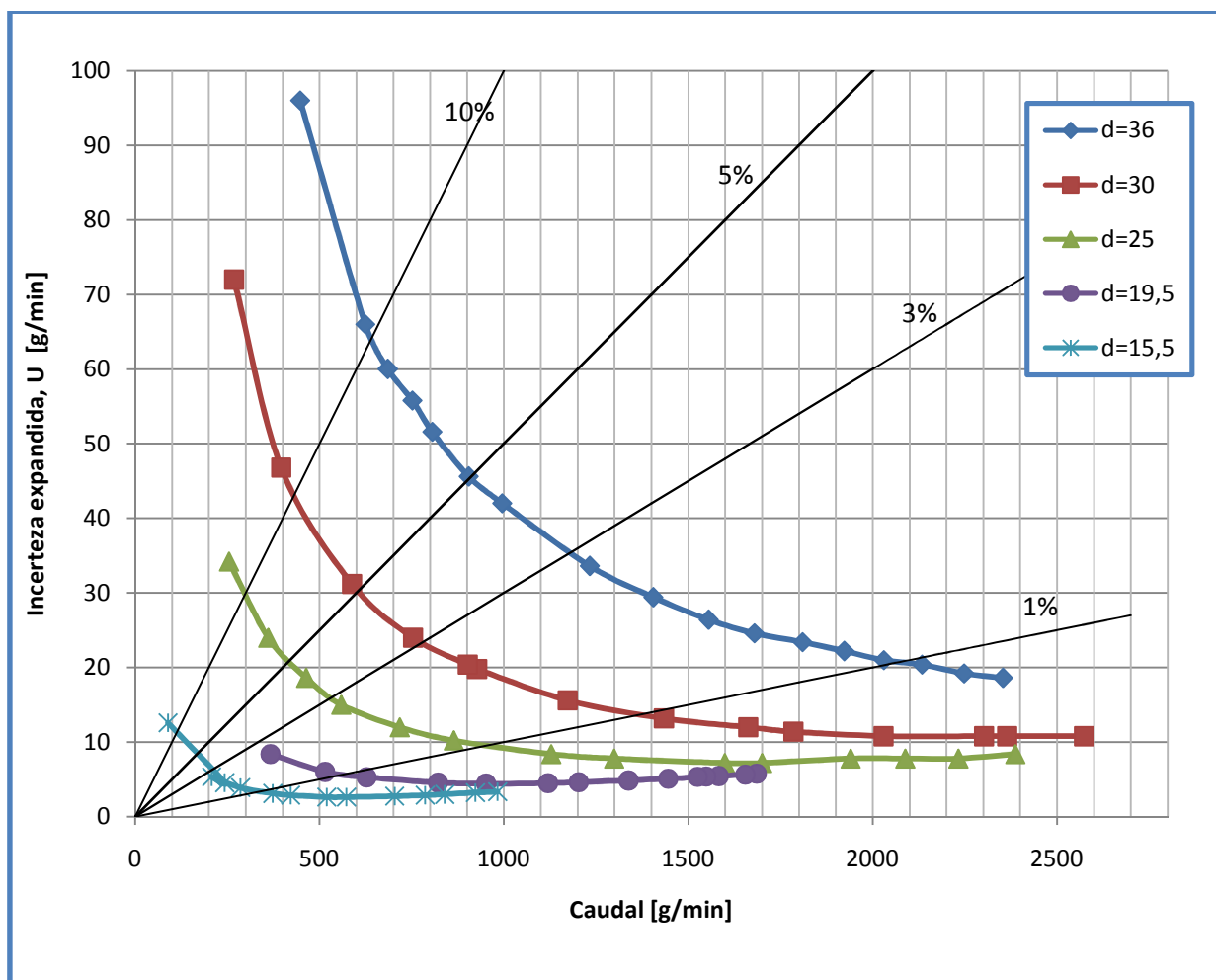


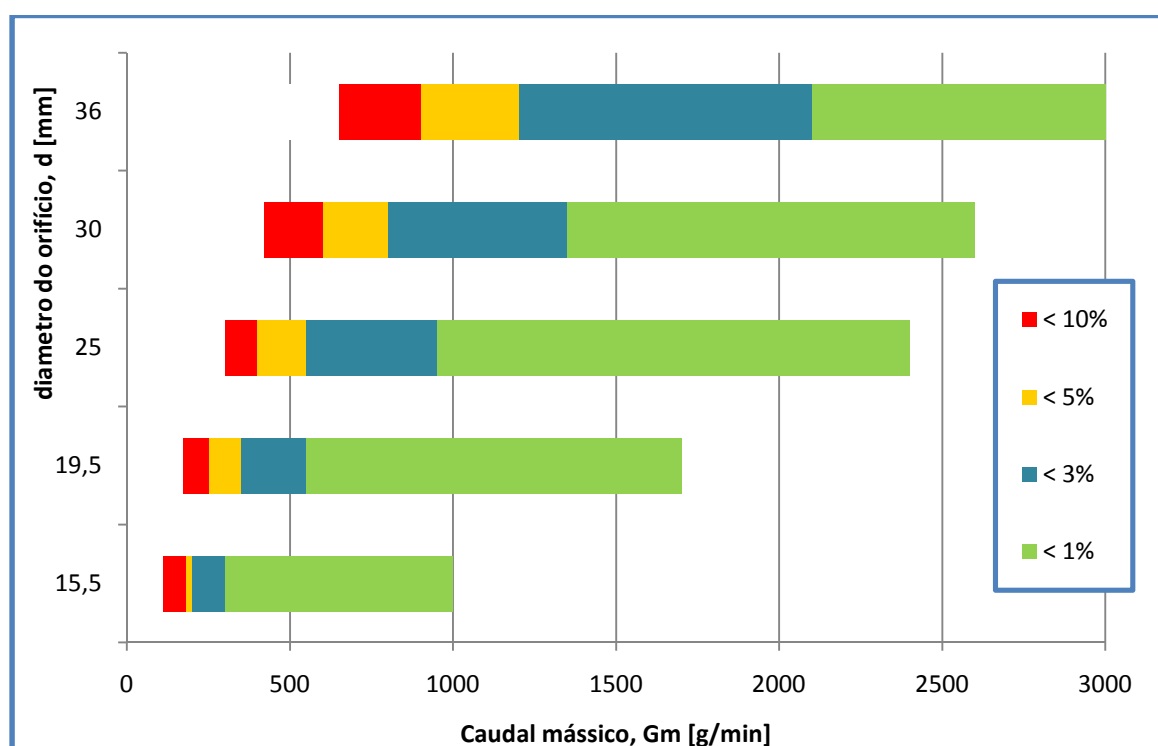
Figura 4.21 - Incerteza expandida, U, em função do caudal mássico

No gráfico anterior estão também representadas rectas que correspondem a incertezas predefinidas {1%, 3%, 5% e 10%}. Neste gráfico quanto menor o caudal maior a incerteza. Segue deste gráfico que se podem estabelecer, para cada orifício, limites mínimos de caudal mássico de modo a respeitar uma determinada incerteza expandida à escolha. Assim, por exemplo, para um orifício de  $d=36\text{mm}$ , se admitirmos uma incerteza expandida máxima de utilização de 3% (do valor da leitura) não poderemos utilizar este orifício para caudais mássicos, **Gm**, menores do que 1200 g/min. Estes limites estão resumidos na seguinte tabela:

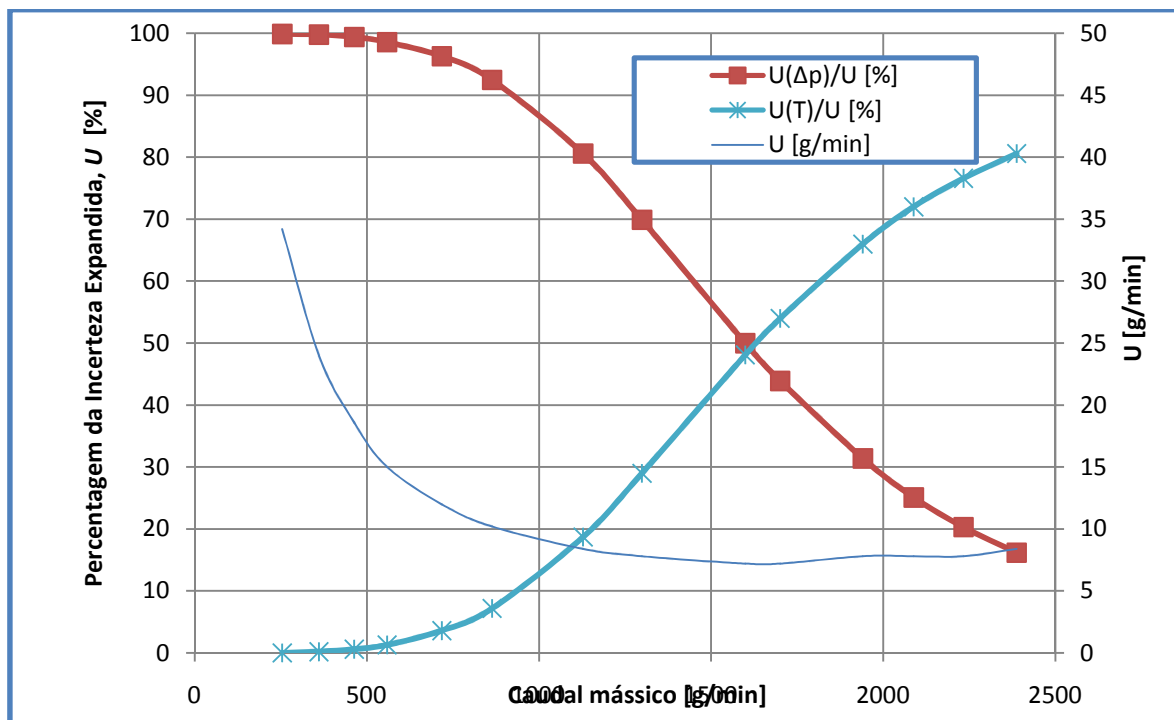
**Tabela 4.9 - Caudais mássicos correspondentes à valores de U [% da leitura]**

*) Valores interpolados		U [% da leitura]			
		1%	3%	5%	10%
Diâmetro do orifício, d [mm]	15,5	300	200	180	110
	19,5	550	350	250*	170*
	25	950	550	400	300
	30	1350	800	600	420
	36	2100	1200	900	650

As gamas de utilização dos diversos orifícios utilizados neste trabalho podem ser então resumida no seguinte gráfico:

**Figura 4.22 - Gamas de utilização dos orifícios e erro associado**

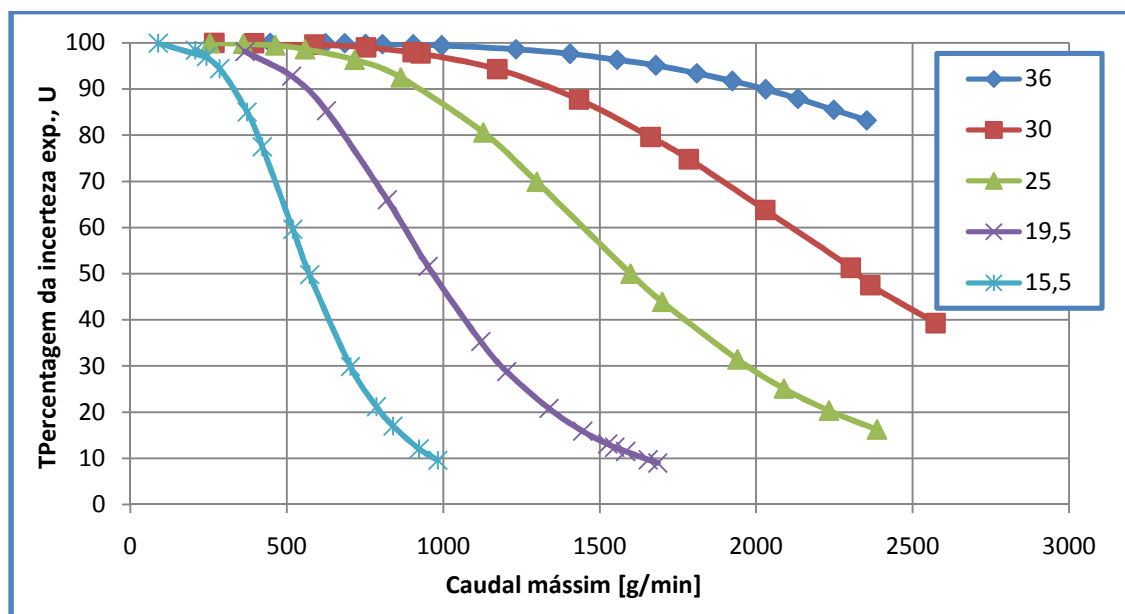
Esta incerteza para valores baixos de caudal mássico é principalmente causada pela incerteza associada à pressão diferencial, como se pode ver na seguinte figura (para o orifício d=25mm):



**Figura 4.23 - Influência das várias componentes na incerteza expandida,  $U$  (orifício  $d=25\text{mm}$ )**

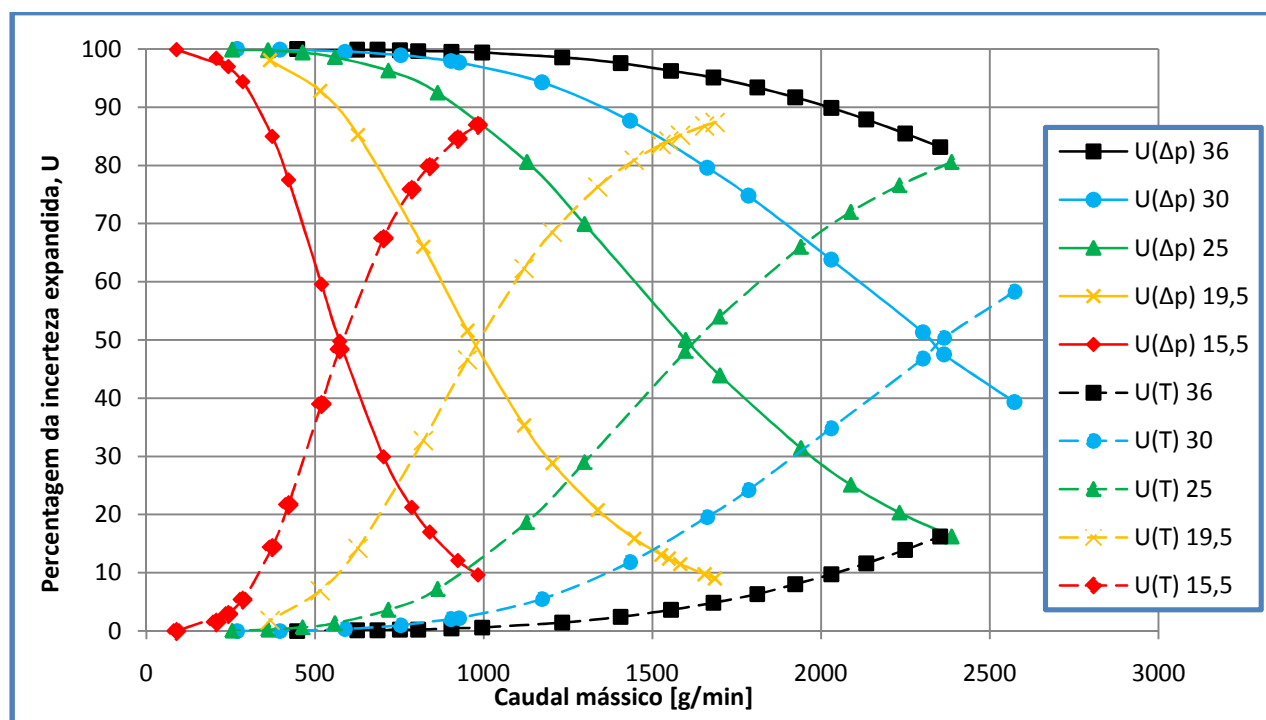
Para caudais mássicos baixos a incerteza associada a  $\Delta p$  é responsável pela totalidade da incerteza expandida,  $U$ . À medida que o caudal mássico aumenta a incerteza associada a  $\Delta p$  tem cada vez menos influência. Por outro lado a incerteza associada à temperatura ganha importância.

Este padrão verifica-se em todos os diâmetros de orifício como se pode ver no seguinte gráfico onde se representa a percentagem da incerteza expandida que se deve à incerteza associada a  $\Delta p$  (ver dados no “Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 15”).



**Figura 4.24 - Importância da incerteza de  $\Delta p$  na incerteza expandida,  $U$**

Como se pode ver, confirma-se que a incerteza associada a  $\Delta p$  tem maior influência para caudais baixos tendendo depois para zero à medida que o caudal aumenta. No gráfico seguinte representa-se a percentagem da incerteza expandida que se deve á pressão diferencial e também a que se deve á temperatura.



**Figura 4.25 - Importância da incerteza de  $\Delta p$  e de  $T$  na incerteza expandida,  $U$**



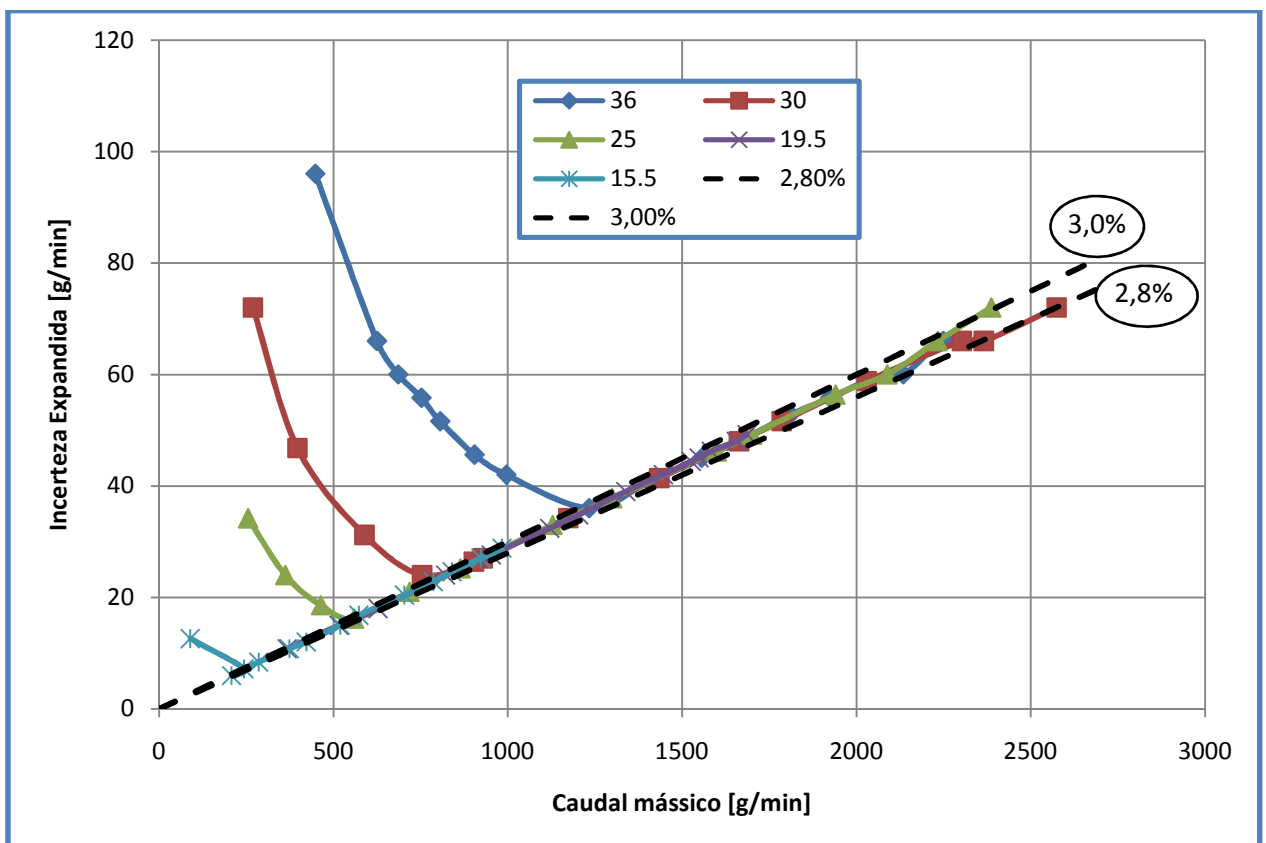
#### 4.4.5 EFEITO DA INCERTEZA EM $\Delta P$

Os resultados anteriores foram obtidos assumindo uma incerteza expandida  $U_{\Delta p}=18 \text{ Pa}$ . No entanto não é descabido pensar que este valor é demasiado optimista. De facto os valores são inesperadamente precisos para caudais elevados. Por exemplo: para o orifício de  $d=25\text{mm}$  e um caudal  $Gm=2386\text{g/min}$  temos uma pressão diferencial  $\Delta p=7318\text{Pa}$ . O valor da incerteza fixo de  $U=18\text{Pa}$  corresponde, em percentagem, a 0.24% da medida. Este valor é na realidade demasiadamente optimista.

Assim, vimos nesta secção considerar uma incerteza proporcional ao valor medido (mantendo o mínimo de 18Pa), da forma:

$$\begin{cases} U(\Delta p) = \phi \cdot \Delta p & \text{para } \phi \cdot \Delta p > 18 \\ U(\Delta p) = 18 & \text{para } \phi \cdot \Delta p \leq 18 \end{cases} \quad \text{Eq. 4.9}$$

O efeito que esta função tem no cálculo da incerteza expandida associada aos valores calculados pela formulação da norma pode ser vista na seguinte figura (para  $\phi=5\%$ ):



**Figura 4.26 - Efeito de incerteza expandida proporcional à pressão diferencial**

Como se pode ver para cada um dos orifícios há um ponto a partir do qual a incerteza global se torna proporcional ao caudal. A partir desse ponto o valor mantém-se dentro de

limites estreitos [2,8%...3,0%]. O valor que toma esta incerteza é proporcional ao valor da incerteza,  $\phi$ , que se admitir para a pressão diferencial. No seguinte gráfico pode ser vista a incerteza expandida para o orifício  $d=36\text{mm}$  para vários valores de  $\phi$ .

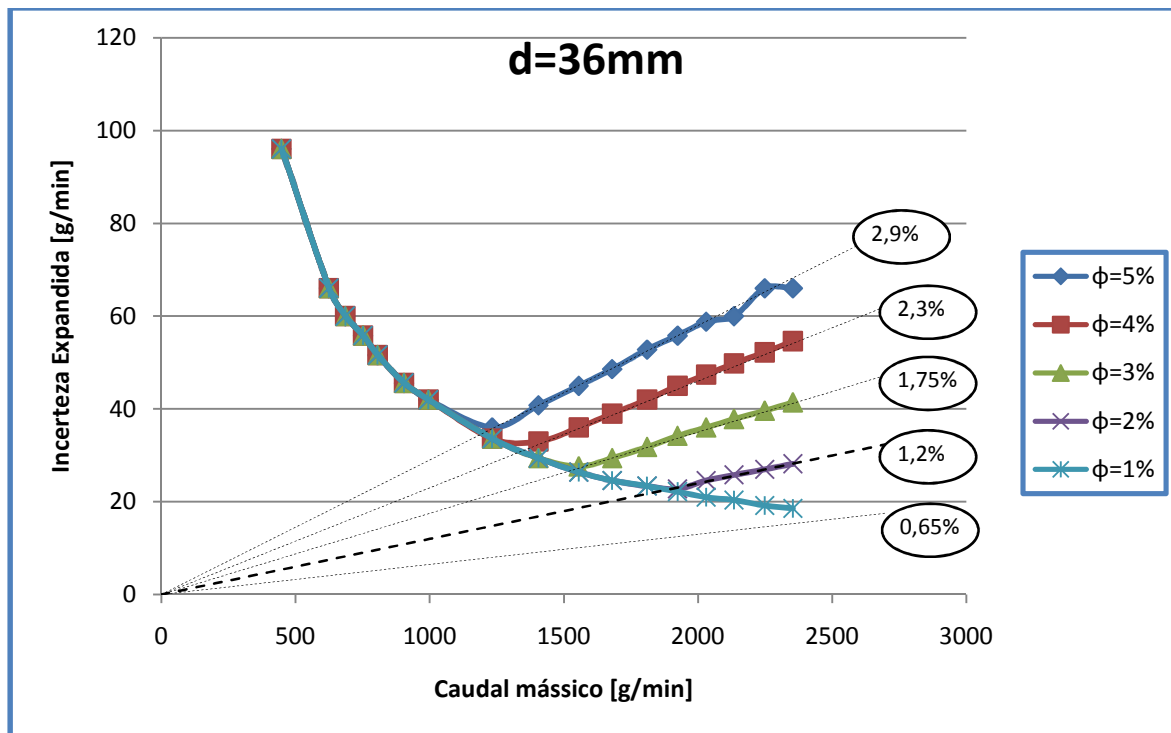


Figura 4.27 - Incerteza expandida em função de  $\Phi$  (orifício  $d=36\text{mm}$ )

Para os outros orifício o gráfico toma exactamente a mesma forma com os mesmos valores para os quais tende a incerteza expandida.

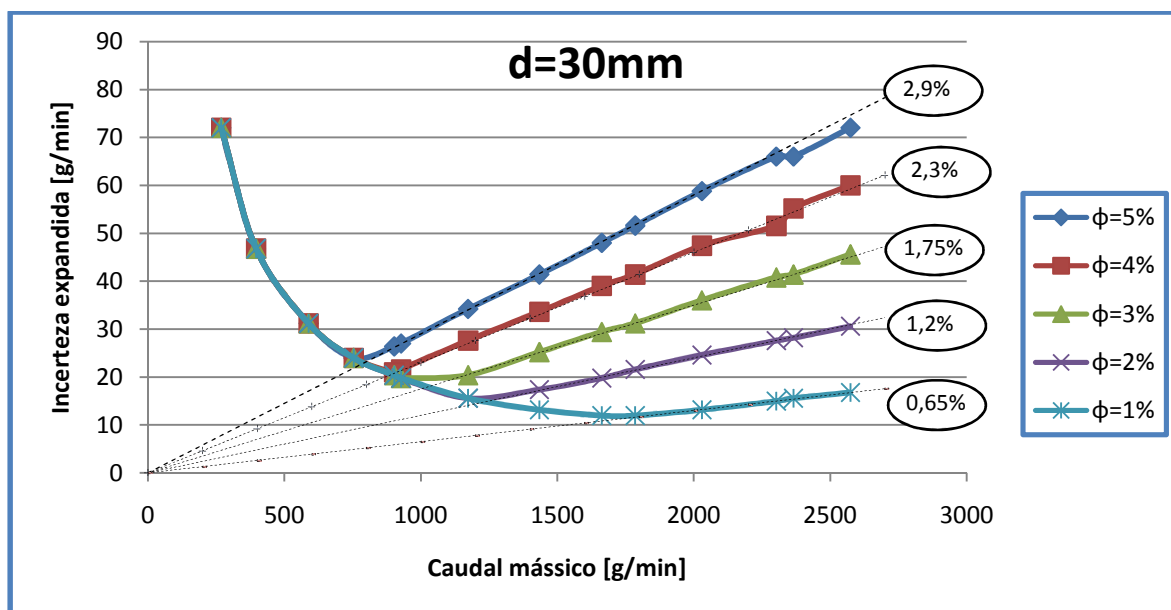
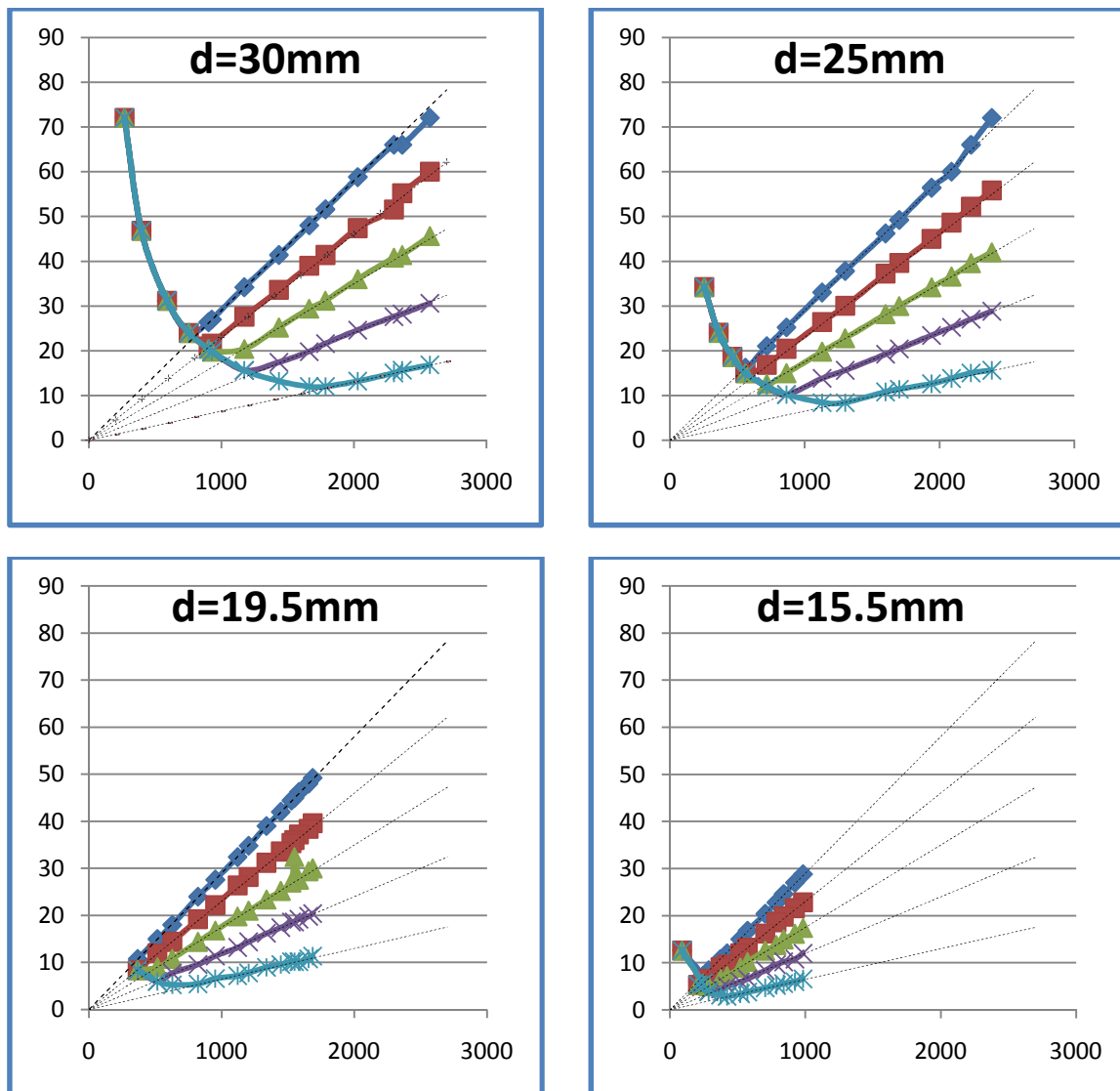


Figura 4.28 Incerteza expandida em função de  $\phi$  (orifício  $d=30\text{mm}$ )

Na seguinte figura representa-se este gráfico para os restantes orifícios, omitindo-se a legenda e títulos dos eixos para maior clareza (mas mantêm-se os mesmos do gráfico anterior).

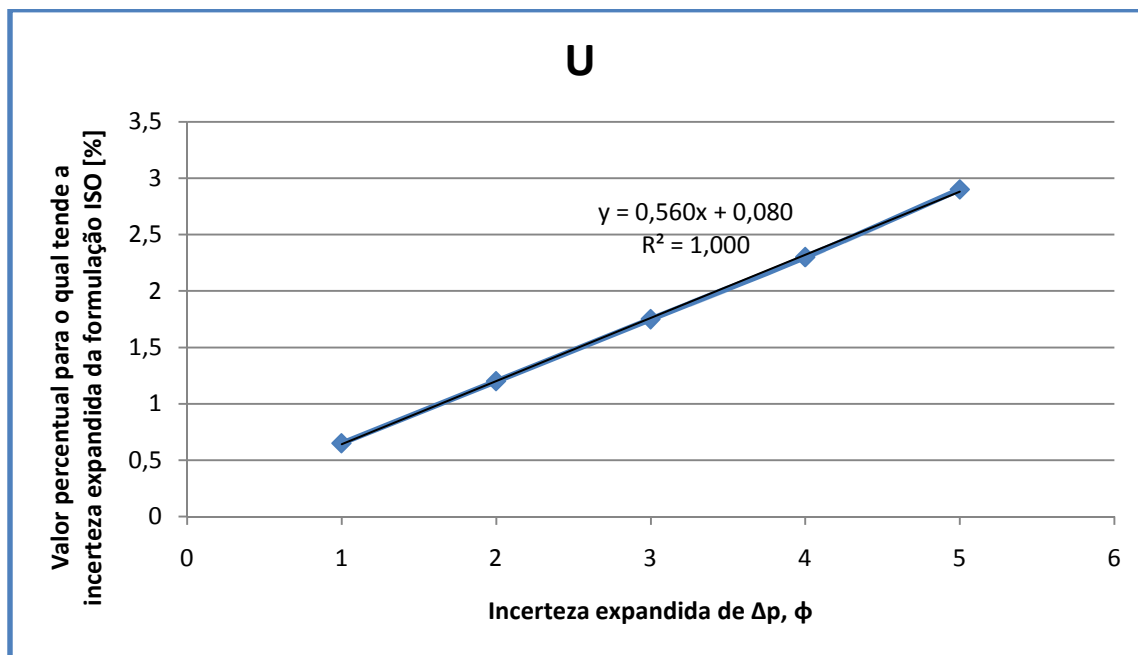


**Figura 4.29 - Incerteza expandida em função de  $\phi$  (orifícios  $d=30,25,19.5$  e  $15.5$ )**

Os valores para os quais tende a incerteza expandida podem-se resumir na seguinte tabela:

$\phi$	$U$
$[\%]$	$[g/min]$
1	0,65
2	1,2
3	1,75
4	2,3
5	2,9

Estes valores podem ser representados graficamente da seguinte forma:



**Figura 4.30 - Gráfico de escolha de sensor de pressão diferencial**

Esta figura permite saber qual a “qualidade” do sensor de pressão diferencial que é necessária para obter um cálculo do caudal através da placa orifício segundo a norma com um incerteza associada predefinida. Assim, por exemplo, querendo implementar um sistema de medição de caudal com a formulação da norma com uma incerteza associada igual a 1% teremos que utilizar um sensor de pressão diferencial com uma incerteza expandida associada de, no máximo, 1,65% do valor medido.

#### 4.4.6 COMPARAÇÃO COM MEDIDORES COMERCIAIS

Comparando com alguns medidores de caudal de orifício disponíveis comercialmente observa-se que a incerteza que obtivemos é da mesma ordem de grandeza que a dos medidores comerciais (ver Anexo D). Na tabela seguinte resume-se o comparativo:

**Tabela 4.10 - Comparativo da incerteza com medidores comerciais**

Marca / Modelo	Incerteza apresentada pelo fabricante
Sipax Sarco M410	±3 % do caudal volumétrico instantâneo
ABB Orimaster M	±2 % do caudal mássico instantâneo
MECON F O N4	±2 % do caudal volumétrico fim de escala

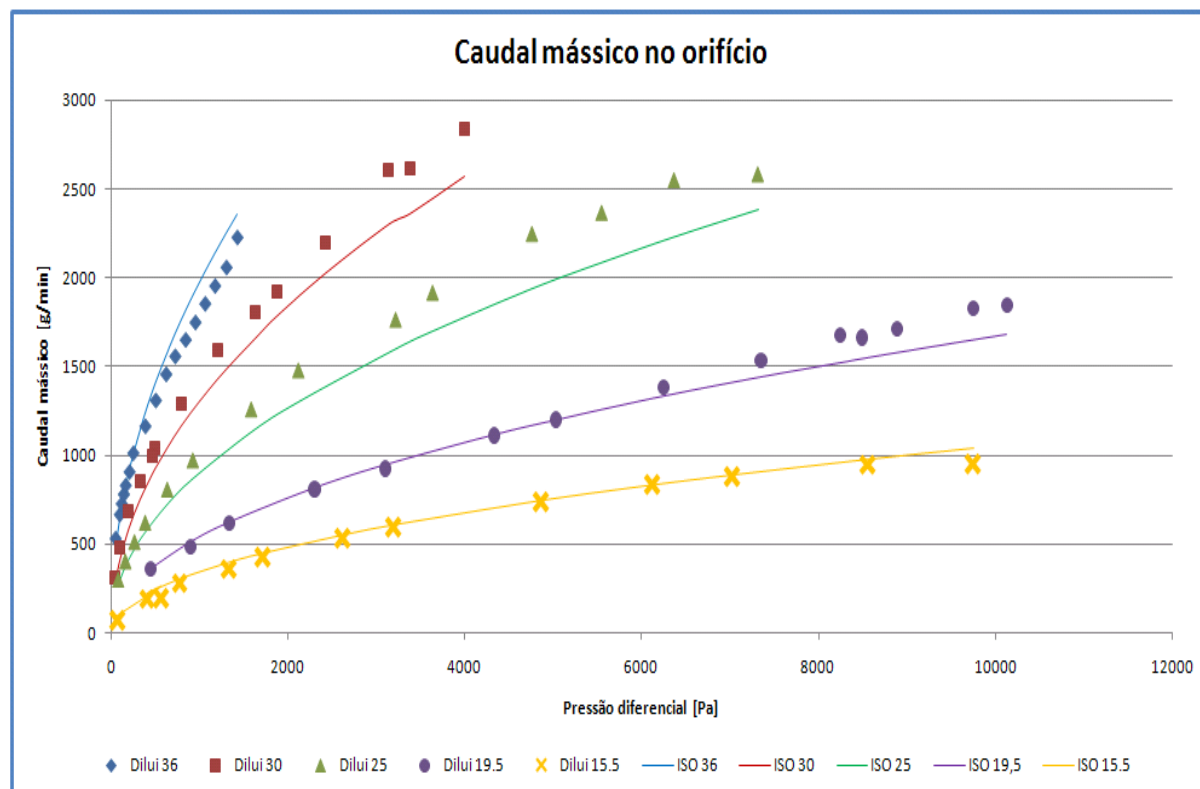
As placas utilizadas neste trabalho estão dentro desta ordem de grandeza da incerteza expandida com  $\phi=5\%$  (que é um valor realista), aproximadamente 3% para a maior parte da sua gama de medida.

## 5 COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO DE DILUIÇÃO DINÂMICA E O MODELO DADO PELA NORMA

Nos capítulos anteriores foi calculado o valor do caudal mássico que passa na placa de orifício,  $Gm_3$ , utilizando duas metodologias diferentes: método de diluição dinâmica e formulação recomendada pela norma ISO5167. Assim coloca-se a questão de saber se os resultados são concordantes um com o outro. De facto a grandeza medição por ambos os métodos é a mesma, logo seria expectável que o resultado da medição pelos dois métodos fosse congruente.

### 5.1 COMPARAÇÃO DOS VALORES DAS MEDIÇÕES

Podemos agora comparar os dois métodos anteriores de obtenção do caudal mássico que passa no orifício. Na seguinte figura estão representados os pontos obtidos pelo método da diluição dinâmica e os obtidos pela formulação recomendada pela norma ISO.

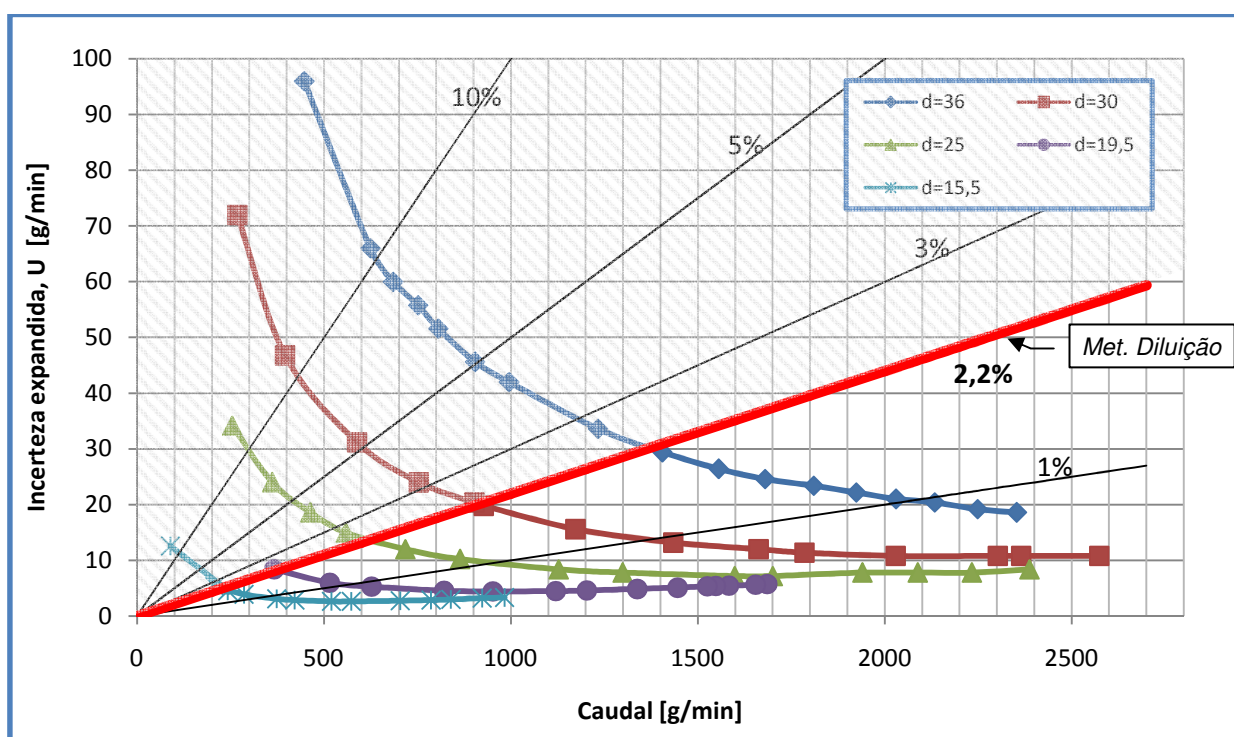


**Figura 5.1 – Comparação entre os valores dados pelo modelo ISO e os valores calculados pelo método de diluição**

Na legenda do gráfico anterior, os valores calculados pelo método de diluição estão marcados com “Dilui” e o respectivo diâmetro do orifício. Os valores calculados utilizando os dados em anexo e aplicando o modelo da placa de orifício recomendado pela norma estão marcados com “ISO” e o respectivo diâmetro do orifício.

## 5.2 COMPARAÇÃO DAS INCERTEZAS EXPANDIDAS

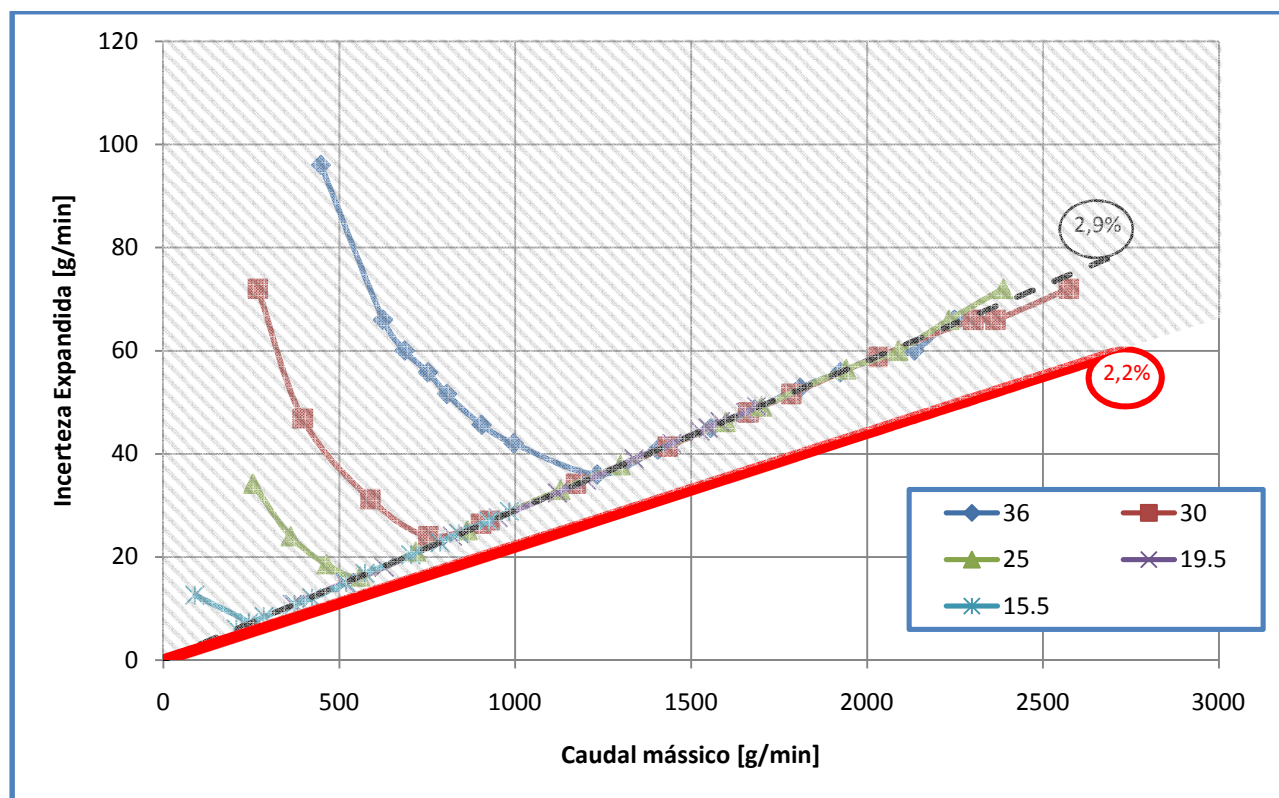
Podemos também comparar os valores das incertezas expandidas das duas metodologias em cada um dos pontos. Na figura seguinte (idêntica à Figura 4.21) estão representadas as incertezas expandidas calculadas para os pontos utilizando a formulação recomendada pela norma (com incerteza da pressão diferencial constante igual a 18Pa). Sobreposto, a linha grossa, representa-se a linha do 2.2% correspondente à incerteza expandida do método de diluição dinâmica (ver Figura 3.12).



**Figura 5.2 - Comparativo entre a incerteza expandida da formulação ISO vs. método de diluição dinâmica**

Como se pode ver do gráfico a formulação recomendada pela ISO (para cada orifício) dá resultados com menos incerteza para caudais na zona não sombreada do gráfico. Na zona sombreada é mais adequado a utilização do método da diluição dinâmica.

Como se viu anteriormente este caso não é realista dado que presume uma elevada exactidão da medida de  $\Delta p$  para caudais elevados. Urge assim estudar o que se passa para o caso mais realista e, por isso, no seguinte gráfico representam-se as mesmas grandezas que no anterior mas com uma incerteza da pressão diferencial proporcional à medida de 5% de acordo com a Eq. 4.9 (para  $\phi=5\%$ ).



**Figura 5.3 - Comparativo entre a incerteza expandida da formulação ISO ( $\phi=5\%$ ) vs. método de diluição dinâmica**

Na figura anterior constata-se que a incerteza expandida associada ao método de diluição dinâmica é sempre menor que a incerteza associada à formulação ISO com  $\phi=5\%$ . Como se depreende da figura Figura 4.28 estes valores seriam similares para  $\phi=4\%$ . Caso se usasse um medidor de pressão diferencial com incerteza expandida menor que 4% o cálculo do caudal mássico pela formulação da norma tornasse mais preciso.

No entanto, como pensamos que para o caso experimental aqui abordado o valor mais realista é  $\phi=5\%$  vamos de seguida comparar os valores produzidos por ambos os métodos utilizando para isso o método do *Erro Normalizado*.



### 5.3 AVALIAÇÃO DA CONCORDÂNCIA DAS MEDIDAS

Tendo obtido o valor do caudal mássico que passa no medidor de caudal de orifício por dois métodos independentes: diluição dinâmica e utilizando a formulação descrita na norma ISO5167:2004 podemos agora comparar os resultados de forma a aferir da sua congruência. Para o efeito iremos utilizar o método *Erro Normalizado* (ISO13528, 2005). Estando disponíveis as incertezas expandidas para ambos os processos de medição então podemos avaliar a sua concordância através do *Erro Normalizado*:

$$E_n = \frac{x_D - x_{ISO}}{\sqrt{U_D^2 + U_{ISO}^2}} \quad \text{Eq. 5.1}$$

Onde  $U_D$  é a incerteza expandida do caudal calculado por diluição dinâmica e  $U_{ISO}$  é a incerteza expandida do caudal calculado pela formulação da norma. Ainda,  $x_D$  e  $x_{ISO}$  são os respectivos valores das medidas.

O critério de aceitação associado ao método do *Erro Normalizado* é o seguinte:

$ E_n  \leq 1$	Satisfatório
$ E_n  \geq 1$	Não satisfatório

Na seguinte figura podemos ver o valor de  $E_n$  para todos os pontos:

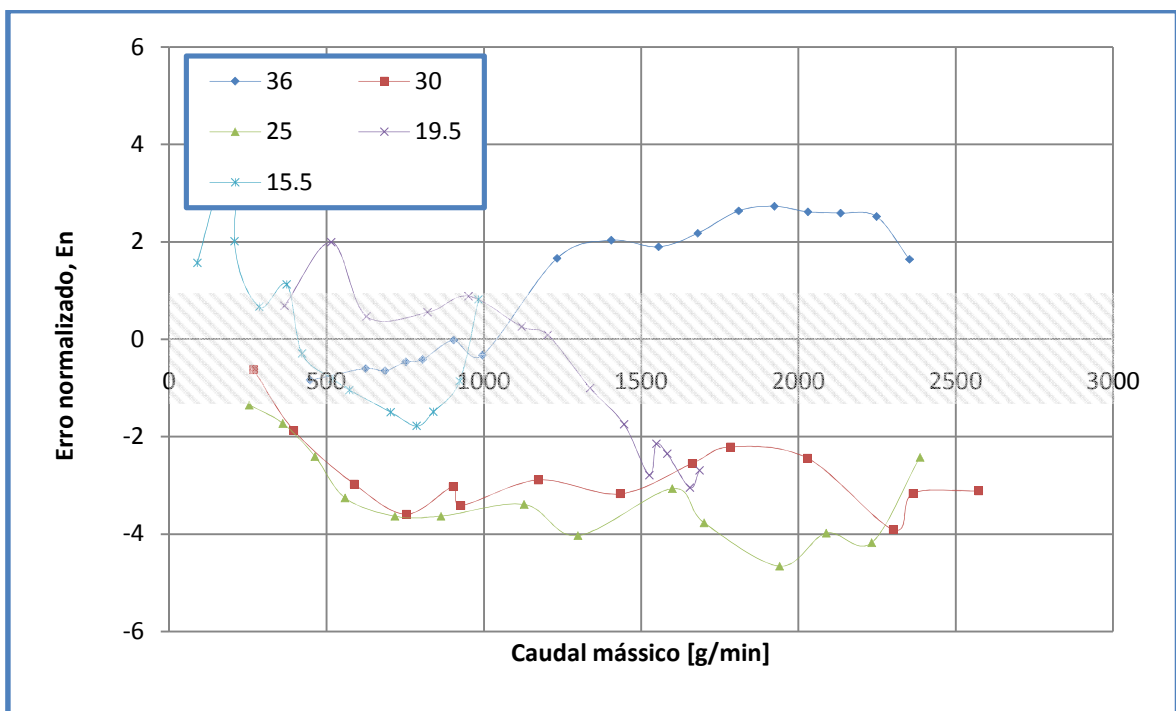
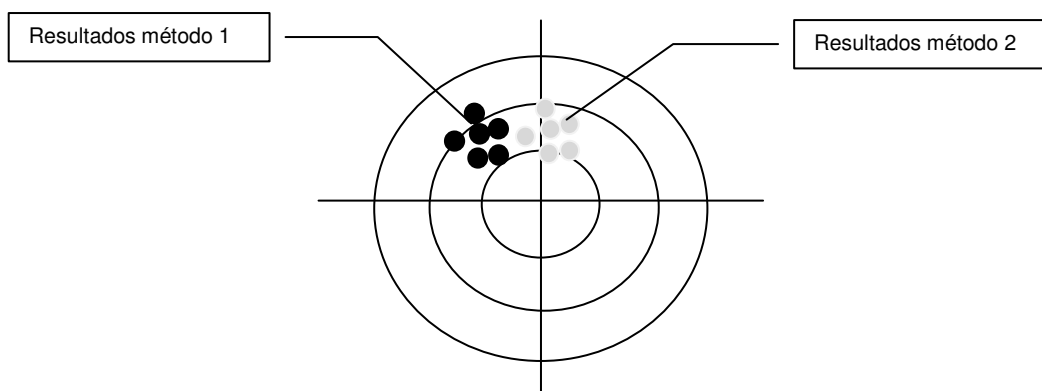
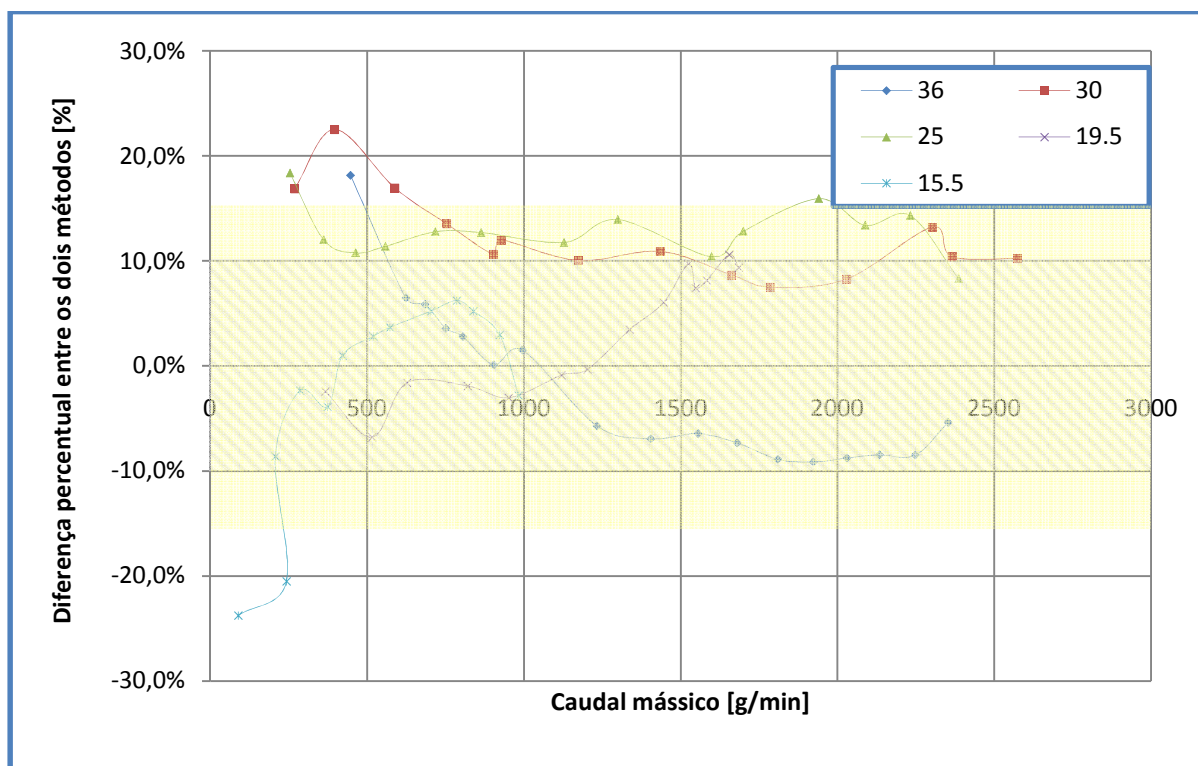


Figura 5.4 - Erro normalizado

A tracejado está a zona de resultados aceitáveis. Como se pode ver os resultados não são congruentes um com o outro, dado que para a maior parte dos valores  $|E_n| \geq 1$ . Isto deve-se não ao facto de os valores dos caudais mássicos calculados por ambos os métodos darem valores muito diferentes, mas sim devido aos dois processos darem valores um pouco diferentes e cada um deles ter uma incerteza expandida relativamente baixa. Ou seja, os métodos dão valores diferentes e cada um deles dá-os com “precisão”. Este processo pode ser lustrado com a seguinte analogia de tiro ao alvo:



As diferenças em percentagem entre os valores de caudal mássico produzidos pelos dois métodos podem ser vistos na seguinte figura.



**Figura 5.5 - Diferenças entre os dois métodos em percentagem**

Os dois métodos dão valores genericamente com a mesma forma e com uma diferença percentual genericamente menor que 15%.

De facto, não é possível saber neste momento a causa da incongruência sem um maior esforço metrológico de caracterização do equipamento utilizado bem como a eventual aquisição de sensores com menor incerteza associada.

O método de diluição é um procedimento baseado no balanço mássico cujas fontes de erro advêm somente das medidas efectuadas.

No caso no método de cálculo que usa a formulação recomendada pela norma ISO temos uma outra possível fonte de erro nomeadamente o erro de modelização. De facto apesar de as placas utilizadas neste trabalho respeitarem as prescrições dimensionais da norma (ver secção 4.1.3.5) o facto de este sistema estar no limite inferior dos diâmetros ( $50\text{mm} < D < 1000\text{mm}$ ) faz com que o modelo recomendado não seja tão adequado como para valores intermédios da gama.

Assim, na seguinte secção vamos tentar obter um modelo que se ajuste aos dados obtidos.

## 5.4 OBTENÇÃO DE UM MODELO AJUSTADO AOS DADOS

A obtenção de outro modelo não visa obter o modelo “correcto” para as placas de orifício utilizadas neste trabalho, mas somente obter um modelo ajustado aos dados em presença e que com outros dados forçosamente conduziria a um outro modelo.

Ir-se-á, por isso, tentar ajustar um modelo arbitrário aos dados obtidos pelo método da diluição que se considera o método de referência.

O método de referência dá-nos um valor de caudal mássico  $Gm_3$ .

Escolhendo um determinado modelo analítico para o orifício – calcula-se o caudal mássico,  $G'm_3$ , com base nas grandezas físicas e na forma do orifício.

Fonte de dados	“Modelo do orifício”	“Método de diluição”
Dados entrada	Pressão atmosférica Temperatura ambiente Humidade Pressão diferencial no orifício Composição do gás	Caudal de gás traçador ( $\text{CO}_2$ ) Concentração de $\text{CO}_2$ na mistura final Composição do gás
Modelo aplicado	Modelo placa de orifício	Modelo de diluição
Resultados produzidos	Caudal mássico no orifício, $G'm_3$	Caudal mássico da mistura final, $Gm_3$

Estes dois valores calculados,  $Gm_3$  e  $Gm'_3$ , para a mesma grandeza física (caudal mássico) serão comparados com o objectivo de ajustar o modelo aos dados obtidos experimentalmente utilizando um método de minimização. O modelo obtido será o que minimiza o erro quadrático para este conjunto de dados utilizado neste trabalho.

Esta metodologia esquematiza-se genericamente na seguinte figura:

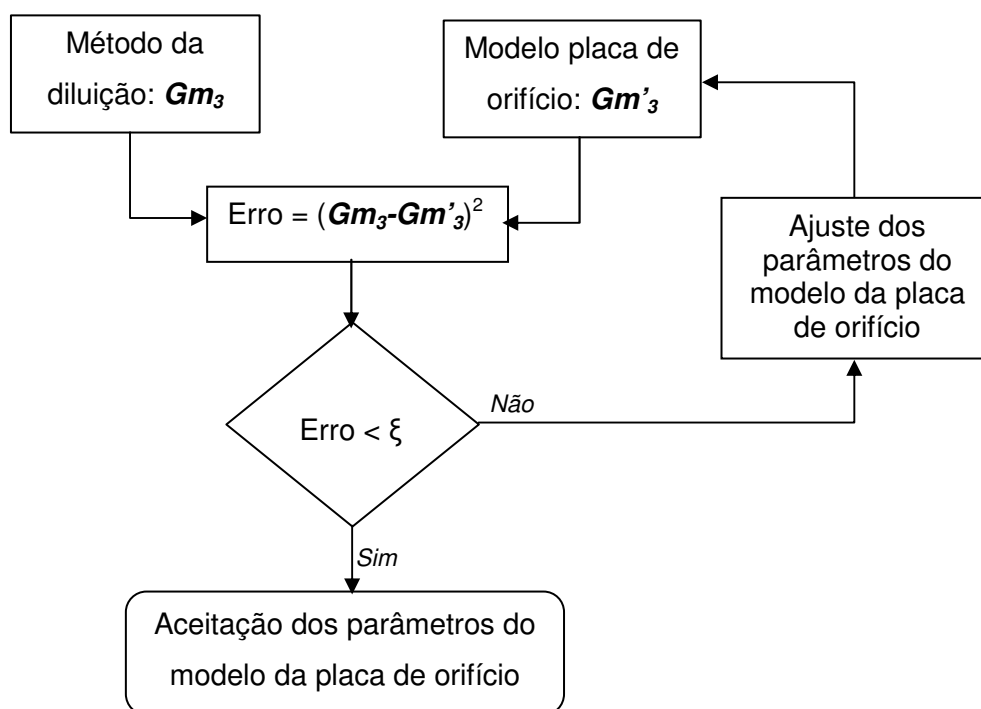


Figura 5.6 - Esquema genérico do método de calibração dinâmica

#### 5.4.1 MÉTODO DE MINIMIZAÇÃO.

O método de minimização tem por função objectivo a minimização do erro quadrático entre o valor dado pelo modelo e um valor “real” que se quer aproximar. O modelo poderá ser ajustado aos valores “reais” pela modificação de um conjunto de parâmetros que fazem variar o seu resultado e consequentemente o valor da função objectivo.

O objectivo do método de minimização é encontrar o conjunto dos parâmetros que, aplicados ao modelo sobre os dados de base, produzam os resultados mais aproximados possível dos valores “reais”.

Assim podemos resumir o método de minimização da seguinte forma:

Escolher um conjunto de parâmetros:

$$\theta = \langle \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_m \rangle \quad \text{Eq. 5.2}$$

Que minimiza a função objectivo:

$$J = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i, \theta))^2 \quad \text{Eq. 5.3}$$

Para o conjunto de dados experimentais:

$$\begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_N \\ x_1 & x_2 & \dots & x_N \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 5.4}$$

E para um dado modelo escolhido previamente:

$$f(x_i, \theta) \quad \text{Eq. 5.5}$$

A escolha do conjunto de parâmetros,  $\theta$ , que minimiza a função objectivo pode ser feita por várias metodologias conhecidas. Estas metodologias não serão aqui explanadas dado serem sobejamente conhecidas (Atkinson, 1989). Foram utilizados neste trabalho os seguintes:

- Método dos mínimos quadráticos (linear)
- Método de máxima descida
- Método dos gradientes conjugados

Foram desenvolvidos diversos algoritmos aplicando estes métodos em Visual Basic / Visual Studio. Ver também o Anexo C – Métodos de optimização.

#### 5.4.2 A ESCOLHA DO MODELO

O objectivo final de um processo de medição é a obtenção, a partir de um conjunto de variáveis de entrada medidas por sensores, de uma estimativa do valor de uma determinada grandeza a medir (ou mensuranda). Para tal há que estabelecer as relações entre as variáveis de entrada e a grandeza final a obter ou seja a função de medição ou modelo. Para tentar o ajuste aos dados obtidos utilizaremos dois modelos: um, mais complexo, baseado no modelo recomendado pela norma e outro, mais simples, sugerido pela forma dos dados.

#### **Modelo 1 (ISO<sup>alterado</sup>)**

Com este modelo **ISO<sup>alterado</sup>** não se pretende “melhorar” de alguma maneira o modelo proposto pela norma nem sugerir que este deveria ser alterado. O modelo presente na norma existe representa um referencial no campo da metrologia das placas de orifício, não sendo objectivo deste trabalho sugerir qualquer alteração. Pelo contrário, o que se pretende com este modelo **ISO<sup>alterado</sup>** é tão somente aproveitar o know-how que está subjacente ao modelo recomendado pela norma mantendo todas as interações entre as variáveis e, através de alteração de alguns dos seus parâmetros escalares, obter um modelo diferente ajustado aos dados deste trabalho e que eventualmente melhor se aproxime do comportamento das placas de orifício e sistema instalado no Lab40 da Universidade de Aveiro.

O modelo recomendado pela norma, já descrito anteriormente, e que repetiremos aqui por uma questão de clareza. Assim o caudal mássico é dado pela equação:

$$G_m = \frac{C_d}{\sqrt{1-\beta^4}} \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta p} \quad \text{Eq. 5.6}$$

Em que o factor de expansão é dado por:

$$\varepsilon_1 = 1 - (0,351 + 0,256 \cdot \beta^4 + 0,93 \cdot \beta^8) \cdot \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/k}\right) \quad \text{Eq. 5.7}$$

E o coeficiente de descarga através de:

$$C_d = 0,5961 + 0,0261 \cdot \beta^2 - 0,216 \cdot \beta^8 + 0,000521 \cdot \left(\frac{10^6 \cdot \beta}{Re_D}\right)^{0,7} + (0,0188 + 0,0063 \cdot A \cdot \beta^3 \cdot 5,106 Re_D^{0,3} + 0,043 + 0,080 \cdot e^{-10 \cdot L1} - 0,123 \cdot e^{-7 \cdot L1 \cdot 1 - 0,11 \cdot A \cdot \beta^{41 - \beta^4 - 0,031 \cdot M2 - 0,8 \cdot M21 \cdot 1, \beta^{1,3} + 0,011 \cdot 0,75 - \beta^{2,8} - D25,4}} \quad \text{Eq. 5.8}$$

Em que as variáveis e parâmetros têm significado já conhecido.

### **Modelo 2 (Simplificado)**

Atendendo a que neste trabalho foram ensaiadas placas com orifícios de diferentes diâmetros, este segundo modelo considera uma equação de regressão, da forma:

$$G_m = A \cdot \sqrt{\Delta p} + B \quad \text{Eq. 5.9}$$

$$A = a_1 \cdot \beta + a_2 \quad \text{Eq. 5.10}$$

$$B = b_3 \cdot \beta^2 + b_2 \cdot \beta + b_3 \quad \text{Eq. 5.11}$$

onde

$\beta$  Razão de diâmetros  
 $\Delta p$  Perda de carga no orifício

Este modelo segue o formato geral dado pela equação Eq. 5.6.

#### 5.4.2.1 MODELO 1

Dado que o modelo recomendado pela norma não se ajusta perfeitamente aos dados obtidos utilizando o método da diluição e, de modo a melhorar este ajuste, foram feitas as seguintes alterações à formulação. Este novo modelo será referido como **ISO<sup>alterado</sup>**:

- 1) a forma analítica do modelo recomendado pela norma não foi alterado;
- 2) os parâmetros escalares que o modelo integra foram alterados de modo a minimizar o erro quadrático entre os valores gerados pelo modelo alterado e os valores gerados pelo método da diluição.

Deste modo foram escolhidos alguns dos parâmetros com maior efeito no valor final para serem alterados. O método de alteração escolhido foi um método de optimização de máxima descida com a seguinte forma (ver secção 5.4.1).

Alterar o conjunto de parâmetros escalares do modelo recomendado pela norma:

$$\theta = \langle \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_m \rangle \quad \text{Eq. 5.12}$$

Que minimiza a função objectivo (somatório dos desvios quadráticos):

$$J = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i, \theta))^2 \quad \text{Eq. 5.13}$$

Onde:

$y_i$	Caudal mássico calculado pelo método da diluição
$f(x_i, \theta)$	Modelo com o mesmo formato analítico que o recomendado pela norma
$x_i$	Variáveis de entrada (beta, temperatura, etc)
$\theta$	Parâmetros escalares a alterar

O modelo  $f(\dots)$  será obtido partindo do recomendado pela norma e alterando os parâmetros escalares somente da fórmula do coeficiente de descarga,  $C_d$ .

Assim a nova fórmula para o  $C_d$  passa a ser:

$$\begin{aligned} C_d = & \theta_0 \cdot 0,5961 + \theta_1 \cdot 0,0261 \cdot \beta^2 - \theta_2 \cdot 0,216 \cdot \beta^8 + \theta_3 \cdot 0,000521 \cdot \left( \frac{\theta_4 \cdot 10^6 \cdot \beta}{Re_D} \right)^{0,7} \\ & + \theta_5 \cdot (0,0188 + 0,0063 \cdot A) \cdot \beta^{3,5} \cdot \left( \frac{10^6}{Re_D} \right)^{0,3} \\ & + (0,043 + 0,080 \cdot e^{-10 \cdot L_1} - 0,123 \cdot e^{-7 \cdot L_1}) \cdot (1 - 0,11 \cdot A) \cdot \frac{\beta^4}{1 - \beta^4} \\ & - 0,031 \cdot (M_2 - 0,8 \cdot M_2^{1,1}) \cdot \beta^{1,3} + 0,011 \cdot (0,75 - \beta) \cdot \left( 2,8 - \frac{D}{25,4} \right) \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.14}$$

$$M_2 = \frac{2 \cdot L_2}{1 - \beta} \quad ; \quad A = \left( \frac{\theta_6 \cdot 19000 \cdot \beta}{Re_D} \right)^{0,8} \quad \text{Eq. 5.15}$$

Aplicando o método da máxima descida utilizando um cálculo do gradiente feito numericamente obtemos um valor de:

$$\{\theta_0; \theta_1; \theta_2; \theta_3; \theta_4; \theta_5; \theta_6\} = \{1,053; 17,553; 73,336; -15,935; 1,00; 100,592; 1,761\} \quad \text{Eq. 5.16}$$

O método de máxima descida não pode ser aplicado uma única vez, devendo ser iterativo na procura da melhor solução dado que a presença de mínimos locais.

Como se pode ver os valores obtidos sugerem uma alteração maior em alguns dos parâmetros.

O valor da função objectivo (Eq. 5.13) calculados pela formulação da norma sem alteração em relação ao método de referência (diluição) é de  $J = 1,20E+06$ .



A aplicação do modelo *ISO<sup>alterado</sup>* produz um valor de  $J = 9,89E+04$  diminuindo aproximadamente uma ordem de grandeza. Eventualmente este valor poderia ser ainda mais optimizado com um investimento maior no método de optimização, não sendo no entanto este o objectivo deste trabalho.

Com este novo modelo podemos refazer o gráfico anterior o observar o muito maior ajuste deste modelo *ISO<sup>alterado</sup>* aos valores calculados utilizando o método da diluição (como era expectável).

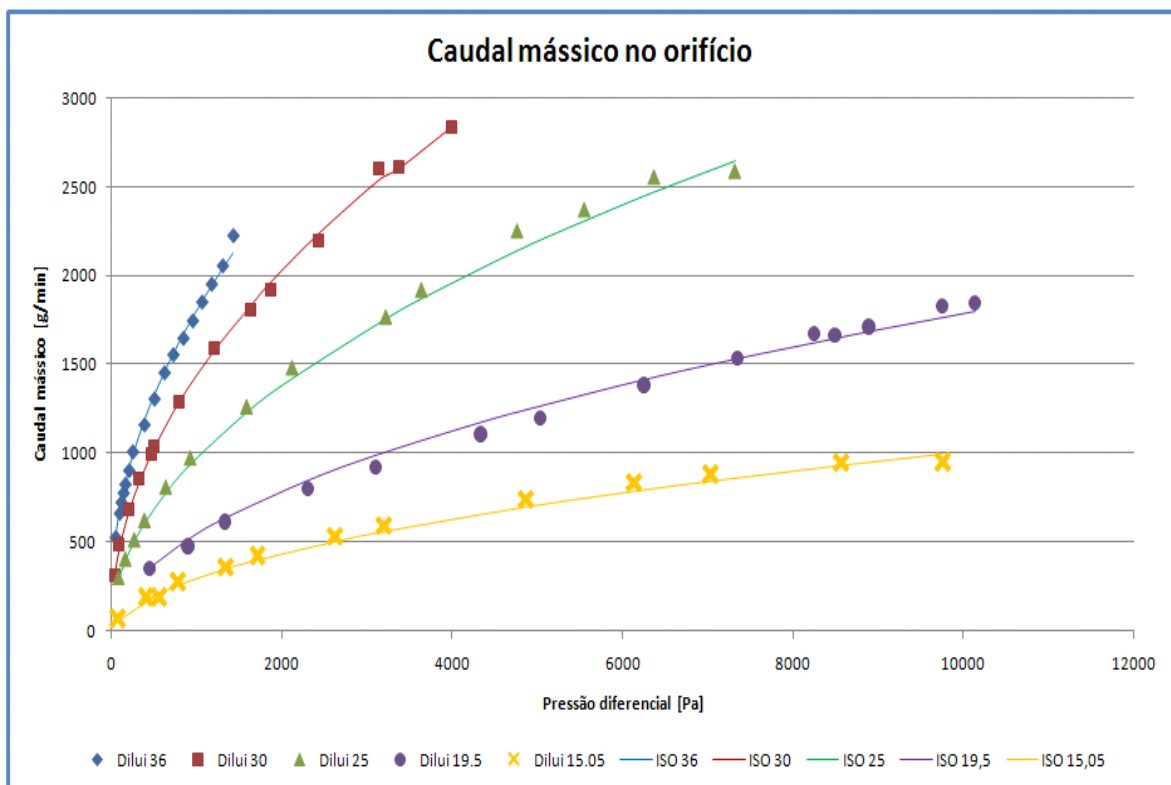


Figura 5.7 - Ajuste do modelo *ISO<sup>alterado</sup>* aos valores calculados pelo método de diluição

#### 5.4.3 MODELO 2 (SIMPLIFICADO I)

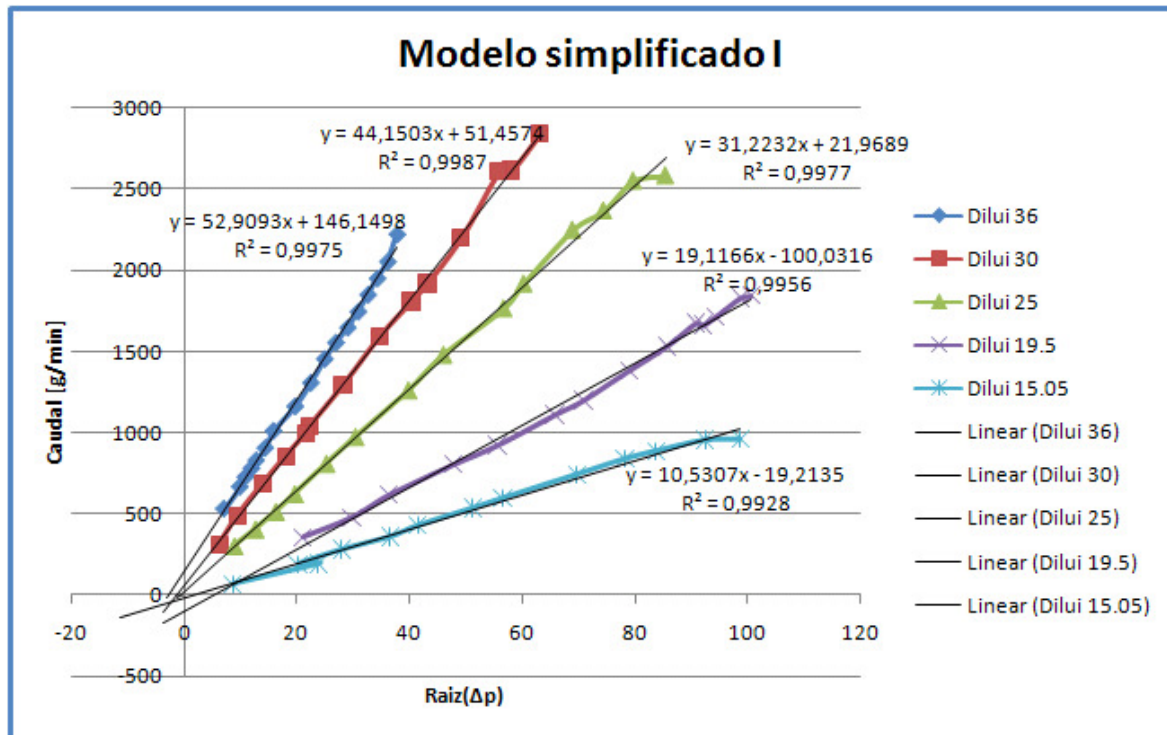
Dada a complexidade inerente ao modelo indicado pela norma procurou-se obter um modelo mais simples.

Este foi obtido pela simplificação da fórmula Eq. 5.6 do seguinte modo:

$$G_m = \Psi_0 \cdot \sqrt{\Delta p} + \Psi_1 \quad \text{Eq. 5.17}$$

Assim a partir do ensaio da placa de orifício, a cada medida de caudal corresponde uma medição de perda de carga. Considerando os pares de valores  $\langle G_m, \sqrt{\Delta p} \rangle$  será bastante simples a obtenção dos parâmetros  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  que minimizem o erro quadrático total.

Como se pode ver no seguinte gráfico este modelo é bastante evidente dada a sua aparente linearidade em  $\sqrt{\Delta p}$ .



**Figura 5.8 - Ajuste do modelo simplificado MS1 aos valores calculados pelo método de diluição**

O gráfico acima tem sobreposto aos valores calculados pelo método da diluição as respectivas linearizações com a recta  $y = \psi_0 \cdot x + \psi_1$  explicitada juntamente.

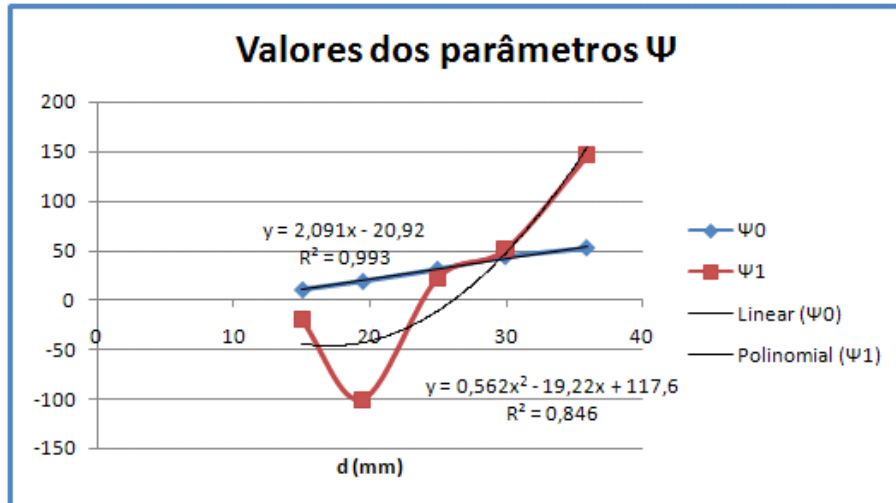
De notar no entanto que estes parâmetros são função das dimensões do orifício:

$$\psi_0 = f_0(d) = \psi_{00} \cdot d + \psi_{01} \quad \text{Eq. 5.18}$$

$$\psi_1 = f_1(d) = \psi_{10} \cdot d^2 + \psi_{11} \cdot d + \psi_{12} \quad \text{Eq. 5.19}$$

Nas equações anteriores foi utilizada para variável o diâmetro do orifício,  $d$ , e não o factor de forma,  $\beta = d/D$ , dado que neste trabalho só foi utilizado um único valor de  $D=60\text{mm}$ . Utilizar  $\beta$  seria uma generalização sem base no trabalho experimental.

Se se fizer o gráfico dos valores de  $\psi_0$  e  $\psi_1$  das várias linhas do gráfico acima obtemos o seguinte gráfico:



**Figura 5.9 - Obtenção dos parâmetros  $\Psi_0$  e  $\Psi_1$**

Como se pode ver  $\Psi_0$  pode ser modelizado por uma recta. O parâmetro  $\Psi_1$  não se ajusta muito bem à curva quadrática no entanto para ser possível obter um modelo mais ajustado seriam necessários mais pontos – implicando o teste com mais placas de orifício com diâmetros diversos – procedimento que não foi possível seguir dadas as limitações existentes.

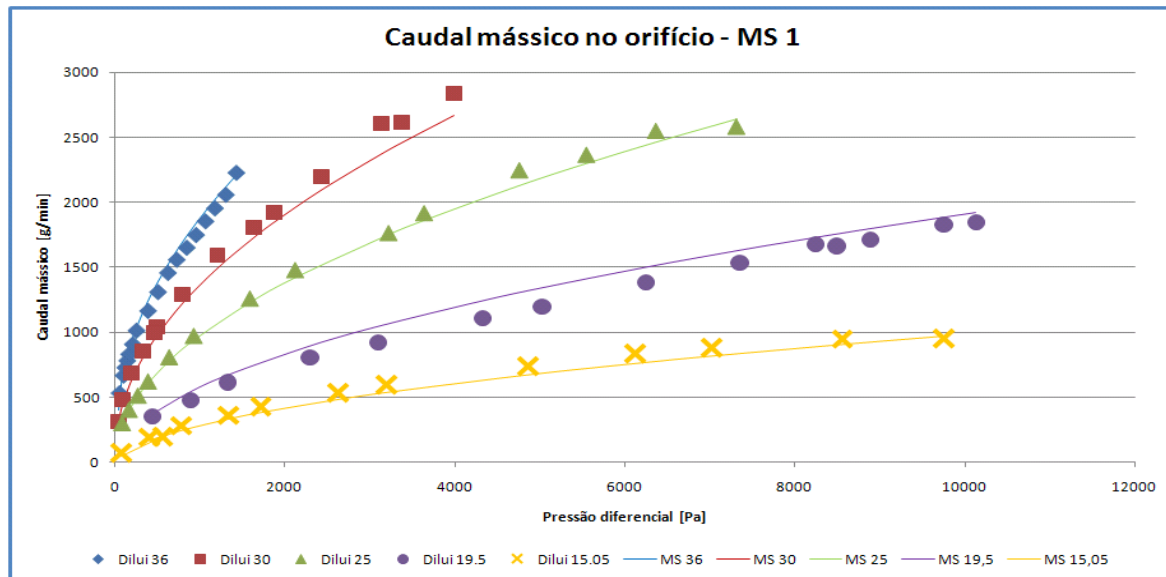
No gráfico anterior o valor correspondente ao orifício de 19,5mm está desenquadrado dos restantes. No entanto não se pode interpretar como um “erro” de leitura simples pois teria que ser um erro que influenciou toda a serie de valores. De facto este valor representa a intersecção da recta “Linear (Dilui 19,5)” com a origem na Figura 5.8. Notar que ao contrário das outras rectas este se afasta um pouco mais da origem – é este afastamento que dá a aparência de haver um “ponto errado” no gráfico anterior.

Do mesmo modo que anteriormente foram otimizados os valores dos parâmetros por forma a minimizar o somatório dos erros quadráticos no ajuste do modelo aos dados obtidos com o método da diluição tendo-se obtido o seguinte modelo, que se passa a referenciar como modelo simplificado I – MS1:

$$G_{m_{MS1}} = (2,08 \cdot d - 21,12) \cdot \sqrt{\Delta p} + (0,575 \cdot d^2 - 19,08 \cdot d + 118) \quad \text{Eq. 5.20}$$

Obtendo-se um somatório dos erros quadráticos de  **$J=4,08E+05$** .

Podemos, como anteriormente, colocar este modelo MS1 no seguinte gráfico:



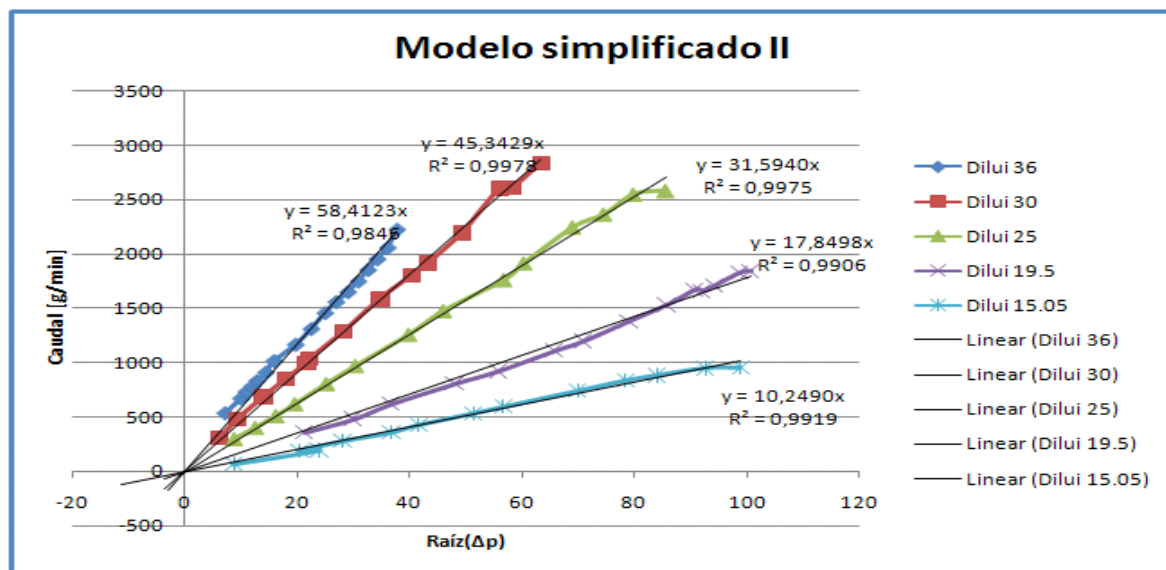
**Figura 5.10 - Ajuste do modelo MS1 aos valores calculados pelo método de diluição**

Em que os valores calculados com o modelo MS1 estão referenciados como “MS”.

#### 5.4.4 OBTENÇÃO DO MODELO SIMPLIFICADO II

Dada que o estudo do gráfico da Figura 5.8 sugere que a situação que melhor modeliza a realidade é a passagem das rectas pela origem, ou seja, tendo a forma  $y = a.x$  (forma mais parecida com a Eq. 5.6).

Assim pode obter-se o seguinte gráfico:



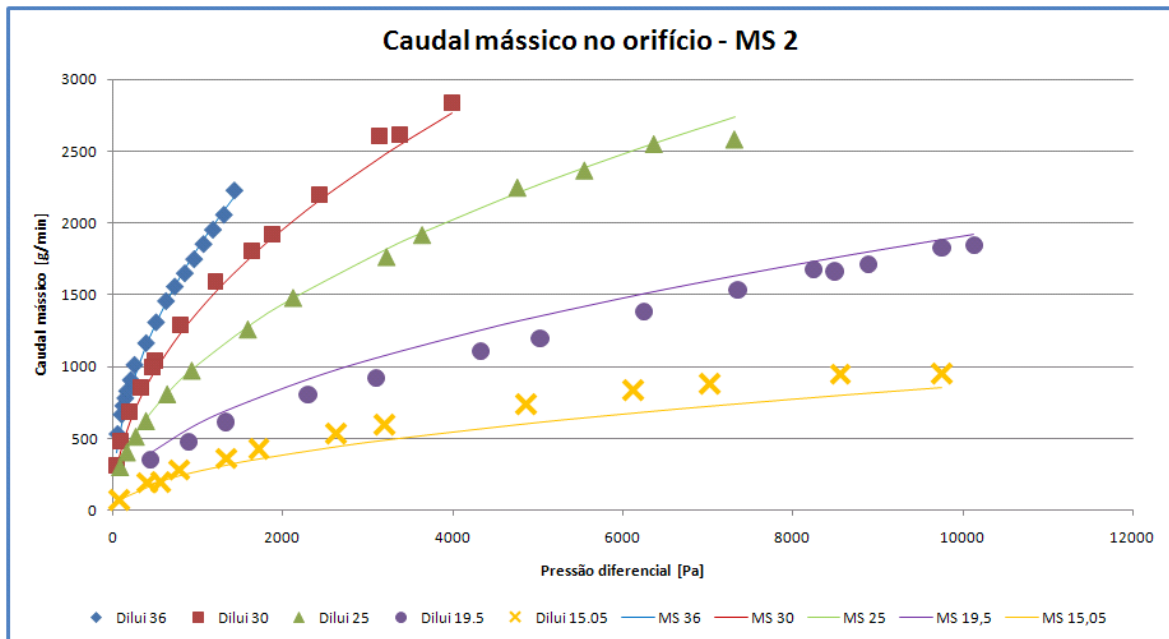
**Figura 5.11 - Ajuste do modelo simplificado MS2 aos valores calculados pelo método de diluição**

Como anteriormente se pode obter o segundo modelo optimizado MS2:

$$Gm_{MS2} = (2,35 \cdot d - 26,721) \cdot \sqrt{\Delta p} \quad Eq. 5.21$$

Obtendo-se um somatório dos erros quadráticos de  **$J=4,56E+05$** .

Podemos, como anteriormente, colocar este modelo MS1 no seguinte gráfico:



**Figura 5.12 - Ajuste do modelo MS2 aos valores calculados pelo método de diluição**

#### 5.4.5 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

Como se estava à espera os três modelos utilizados para ajustar os dados: **ISO<sup>alterado</sup>**, **MS1** e **MS2** dão desvios quadráticos menores que o modelo ISO original. Este comparativo pode ser visto no seguinte quadro.

**Tabela 5.1 – Somatório dos desvios quadráticos nos vários modelos**

Modelo	Desvio quadrático total, $J$
ISO	120 E+04
MS 2	45,6 E+04
MS 1	40,8 E+04
ISO <sup>alterado</sup>	9,89 E+04

Como se pode ver o modelo **ISO<sup>alterado</sup>** é o que mais se aproxima dos valores calculados pelo método da diluição. Este facto dever-se-á provavelmente ao cuidado do comité na elaboração da norma, procurando modelizar os efeitos das diferentes variáveis. De facto os modelos simplificados **MS1** e **MS2** não procuram modelizar os diversos aspectos reais das equações de Bernoulli, aspectos de hardware e outros, procurando somente a simplificação do modelo tipo “caixa negra”.

## 6 CALIBRAÇÃO DE SENSOR DE VELOCIDADE DO AR

A medida de caudais elevados com base em placas de orifício para além de necessitarem de eventual calibração, (particularmente no caso de não respeitarem as normas técnicas que estão definidas) ocasionam perdas de carga e locais de deposição de resíduos, que as tornam pouco convenientes. Uma alternativa recente que permite a monitorização em contínuo do caudal em condutas de largo diâmetro, passa pela instalação de dispositivos baseados na tecnologia de sensores de caudal mássico já referidos, mas que são expostos ao escoamento externo em torno do sensor e não ao escoamento interno (como no primeiro caso). Estas aplicações devem limitar-se a efluentes a baixa temperatura, sem condensados e limpos de partículas (ex: condutas de ar condicionado).

Assim estes sensores, uma vez instalados numa dada conduta, poderiam também ser calibrados de acordo com os procedimentos acima descritos e funcionar assim como sensores de caudal, e ser possível determinar um modelo de tipo “caixa negra” para aplicar nas referidas circunstâncias e no respeito pelas respectivas características de operação.

O sensor velocidade do ar que foi objecto de estudo neste trabalho tem as seguintes características (do catálogo do fabricante):

Marca	OMRON
Modelo	D6F-W01A1-29XOR
Gama de medida de velocidade do ar	1 m/s
Alimentação	24 Vdc
Saída	5 Vdc
Temperatura	-10 a 60 °C
Humidade máxima	85%
Material	Resina Termoplástica



**OMRON**

Este sensor foi calibrado pelo método da diluição, colocando o sensor na posição de GMFM3 (numa tubagem com diâmetro conhecido) como se pode ver na seguinte figura.

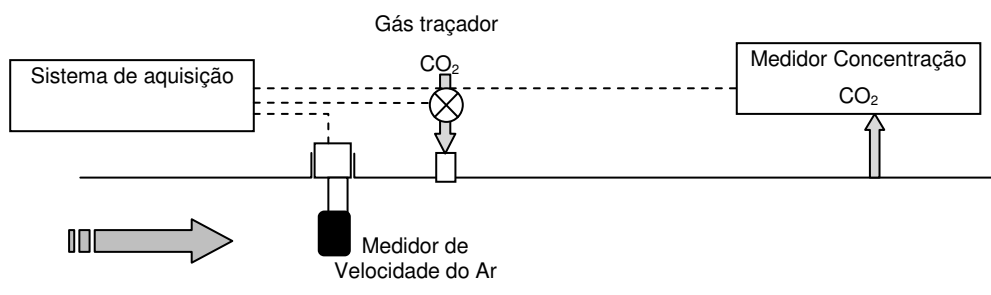


Figura 6.1 - Montagem para o sensor de velocidade do ar

Utilizando o método da diluição dinâmica exposto e do mesmo modo que anteriormente foi obtido uma tabela de pontos de caudal mássico, **Gm**, e de resposta do sensor, **V**, tendo sido depois sujeito a um procedimento de regressão arbitrário.

Utilizando o método da diluição do mesmo modo que anteriormente obtemos o seguinte gráfico (ver dados no "Anexo A – Dados Numéricos – Conjunto de Dados # 13).

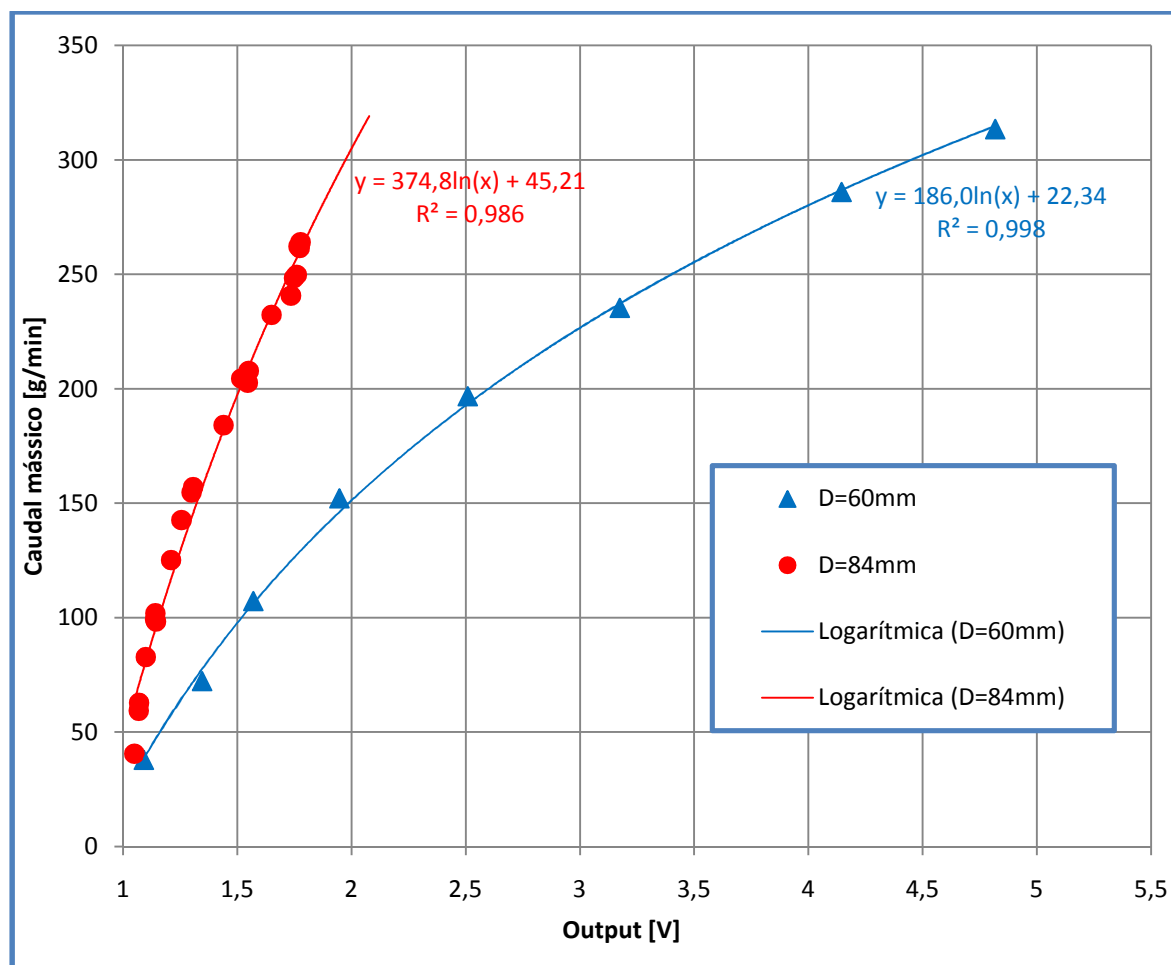


Figura 6.2 - Sensor de velocidade do ar (dados e linhas de tendência)



Tendo em conta (coeficiente de correlação, somatório dos desvios quadráticos) o modelo arbitrário que foi seleccionado é dado por uma função logarítmica da forma:

$$\begin{cases} Gm(V) = 186,0 \cdot \ln(V) + 22,34 & \text{para } D = 60 \text{ mm} \\ Gm(V) = 374,8 \cdot \ln(V) + 45,21 & \text{para } D = 84 \text{ mm} \end{cases} \quad \text{Eq. 6.1}$$

Apesar de só terem sido feitas medições para dois diâmetros 60 e 84 mm, propõe-se generalizar o modelo referido em função do diâmetro do tubo,  $D$ , formulando-se então da seguinte forma:

$$Gm(V) = \frac{\pi}{400} \cdot D^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot \ln(V) + 1) \quad \text{Eq. 6.2}$$

onde  $D$  é medido em milímetros.

E que pode ser representado na seguinte figura:

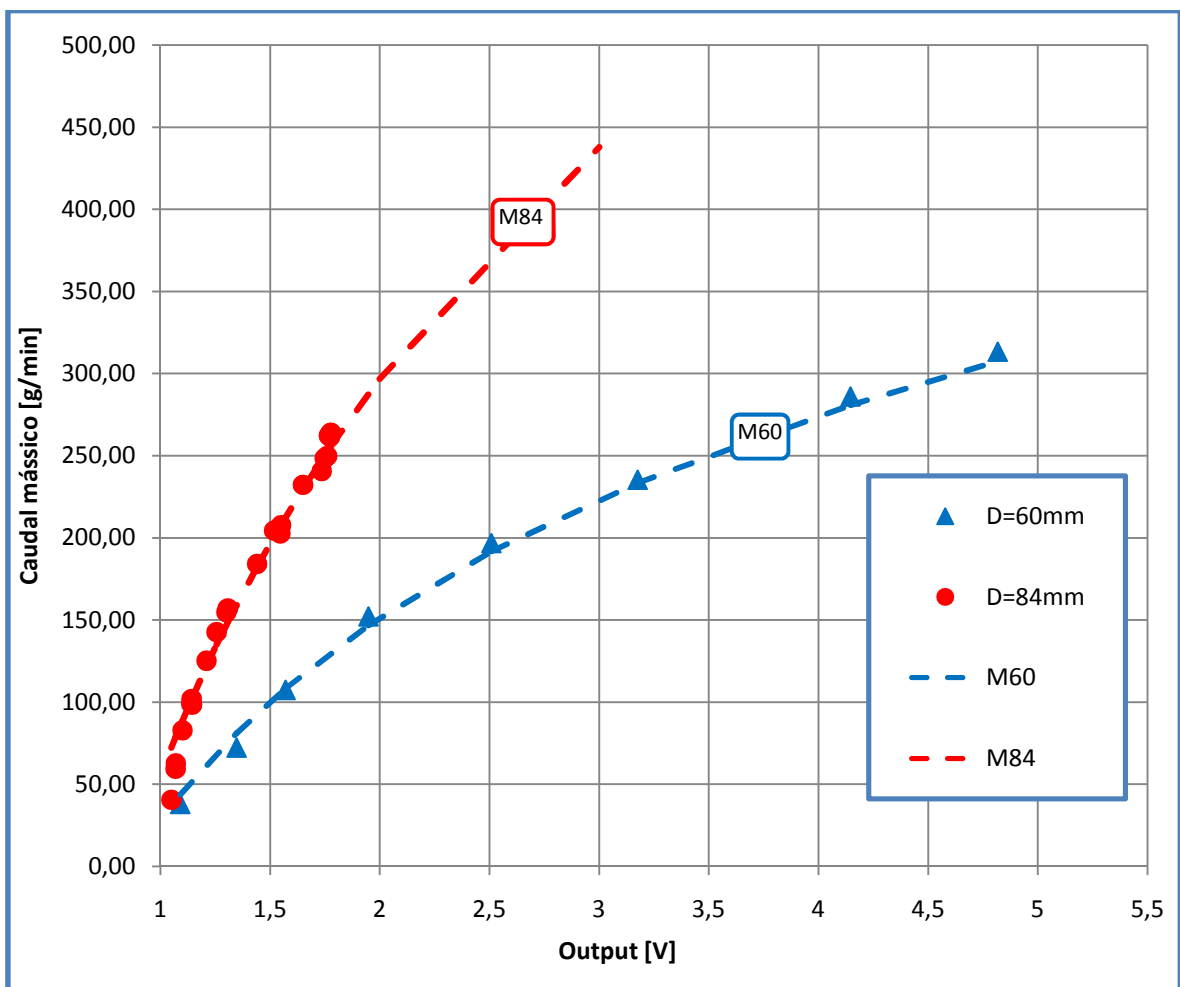


Figura 6.3 - Sensor de velocidade do ar (dados e modelo)

Na figura anterior o modelo calculado para os dois diâmetros utilizados está referido como **M60** e **M84**.

Como se pode ver o referido modelo ajusta-se bastante bem aos dados obtidos.

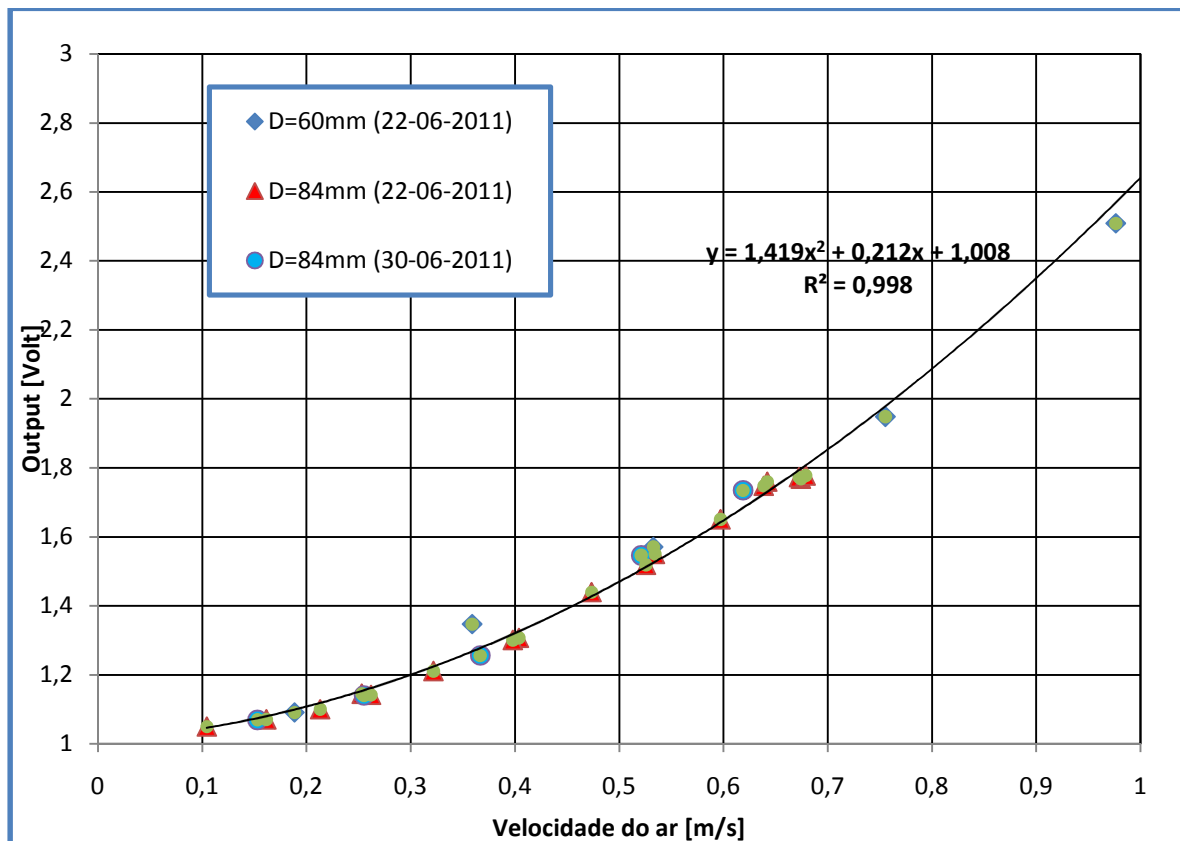
Utilizando as condições atmosféricas (pressão, temperatura e humidade) podemos calcular a velocidade do ar. Fazendo uma aproximação polinomial obtemos a seguinte função de transferência:

$$U = 1,419 \cdot V^2 + 0,212 \cdot V + 1,008 \quad \text{Eq. 6.3}$$

Onde:

$U$       Tensão eléctrica produzida pelo sensor [V]  
 $V$       Velocidade do ar [m/s]

Esta pode ser vista na seguinte figura em função do Output [Volt]:



**Figura 6.4 - Resposta do sensor de velocidade do ar**

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste capítulo faz-se uma súmula dos resultados obtidos e apresentam-se as conclusões mais relevantes a retirar do trabalho desenvolvido, algumas limitações do trabalho efectuado e um conjunto de sugestões para trabalho futuro.

### 7.1 RESULTADOS OBTIDOS

O ensaio do equipamento permitiu obter o conjunto de resultados que se apresenta, analisa e discute nas secções seguintes.

#### 7.1.1 INCERTEZAS ASSOCIADAS AO MÉTODO DA DILUIÇÃO DINÂMICA

Foi utilizada uma metodologia analítica para obter um balanço da incerteza do método da diluição dinâmica. Conclui-se, face às incertezas associadas aos sensores que servem de base ao cálculo que a incerteza expandida do método de diluição é, em percentagem do valor de caudal mássico, de  $U = \pm 2,2\%$  calculado com um factor de expansão  $k=2,05$  ao longo de toda a gama de caudais.

Foram obtidas curvas de calibração para o medidor de caudal mássico para o gás traçador e, através do balanço de incerteza, obtido a sua incerteza expandida.

#### 7.1.2 INCERTEZAS ASSOCIADAS AO MODELO DADO PELA NORMA ISO5167

Foi estudado o medidor de orifício bem como a norma (ISO5167-1, 2003). Verificou-se o cumprimento das recomendações da norma no equipamento utilizado neste trabalho e que está instalado no LAb 40 do DAO. Foi utilizado um pacote de software “GUM workbench” para calcular as incertezas expandidas associadas à formulação do modelo do orifício recomendada pela norma tendo sido obtidos gráficos que ilustram as variações da incerteza expandida com o caudal mássico. Foram também verificados os efeitos da incerteza expandida associada à medida de pressão diferencial na incerteza expandida total do orifício. Foi obtido um modo de relacionar a incerteza expandida global do orifício com a incerteza do medidor de pressão diferencial, permitindo escolher a “qualidade” do medidor de pressão diferencial necessária para um determinado nível de exigência em relação à incerteza global do orifício.

Foram obtidas curvas de calibração para o medidor de pressão diferencial e, através de balanço de incerteza, obtida a sua incerteza expandida.

#### 7.1.3 COMPARAÇÃO DAS INCERTEZAS ASSOCIADAS AOS DOIS MÉTODOS

Foram comparadas as incertezas entre os dois métodos (diluição e formulação ISO) utilizando o critério do *Erro Normalizado*. Tendo-se verificado que os dados não são congruentes devido a, apesar de darem valores ligeiramente diferentes, as respectivas incertezas expandidas serem baixas.

#### 7.1.4 OBTENÇÃO DE MODELOS AJUSTADOS AOS DADOS

A incongruência observada pela aplicação do critério do *Erro Normalizado*, sugeriu a procura de outros modelos que se poderiam ajustar melhor aos dados. Para tal foram propostos três modelos baseados na formulação da norma, mas com formulações alternativas. Foi feita a minimização do desvio quadrático pela aplicação de um método de máxima descida para obter os parâmetros que minimizam o erro quadrático total. Foram afinados os três modelos que se ajustam aos dados obtidos. Como método de referência foi utilizado o método de diluição dinâmica.

#### 7.1.5 SENSOR DE VELOCIDADE DO AR

Foi obtida um modelo de cálculo para o caudal mássico que passa no sensor de velocidade do ar em função da resposta do sensor e diâmetro da tubagem.

### 7.2 CONCLUSÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

Conclui-se que a metodologia utilizada neste trabalho é válida. O método da diluição dinâmica tem uma incerteza muito aceitável para os objectivos do sistema instalado no Lab40 do DAO. Conclui-se que a formulação patente na norma referente a placas de orifício assimila as interacções entre as variáveis em presença sendo significativamente melhor que outros modelos ad-hoc.

Por outro lado, o procedimento de diluição dinâmica, que foi usado para calibrar sensores de caudal de grande capacidade, mostrou que era exequível usando CO<sub>2</sub> como gás traçador.

Conclui-se que será necessário um maior esforço metrológico para tentar explicar as diferenças obtidas entre o método de diluição e a formulação da norma para o orifício.

Quanto ao medidor de velocidade do ar conclui-se que gera resultados congruentes e que tem potencial para ser usado como sensor de caudal em condutas de grande diâmetro e baixa velocidade de escoamento, que dificulta no geral a referida.

A metodologia da diluição dinâmica aplicada à medida de caudais de gases afigura-se aceitável pois a avaliação de incerteza mostrou que nas condições de ensaio usadas neste trabalho estas seriam de cerca de 2.2% do valor medido para um nível de confiança de 95%, admitindo as incertezas relativas às variáveis de entrada indicadas em trabalhos anteriores bem como as incertezas indicadas pelos fabricantes dos equipamentos, na ausência de mais fidedigno conhecimento.

O procedimento de diluição dinâmica, que foi usado para calibrar sensores de caudal de grande capacidade, mostrou que era exequível usando CO<sub>2</sub> como gás traçador.

O estudo de avaliação de incerteza da aplicação do modelo de medida de placa de orifício, que em teoria assimila componentes tais como o factor de compressibilidade dos gases em escoamento, permitiu concluir que estas eram da ordem dos 3%, ou seja da mesma ordem de grandeza do modelo de diluição dinâmica.

Contudo a comparação entre os dois modelos de cálculo da mensuranda sugere que são ambos métodos válidos para determinar o caudal mássico dando resultados compatíveis embora não satisfazendo o critério do *Erro Normalizado*. Por outro lado sugerem que modelizam adequadamente as interações entre as variáveis de entrada em presença sendo significativamente melhor que outros modelos ad-hoc.

Para explicar algumas diferenças obtidas entre o método de diluição e a formulação da norma para o orifício encontradas para algumas das placas, conclui-se que será necessário um maior esforço metrológico sendo que outras as diferenças encontradas não são significativas.

O medidor de velocidade do ar OMROM D6F-W01A1-29XOR aplicado à medida de um caudal mássico elevado numa conduta, permitiu concluir que este gera resultados consistentes, tendo sido possível obter um modelo de cálculo do caudal mássico em função do diâmetro da conduta e do output do sensor.

### 7.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Os trabalhos desenvolvidos, destinada aos ensaios de calibração de sensores de caudal mássico e pressão diferencial ocorreram em boas condições laboratoriais.

O esforço metrológico foi somente moderado tendo sido obtidas incertezas expandidas a partir de outros trabalhos semelhantes mas sem avaliar nas condições do sistema experimental utilizado. Foram realizados balanços de incerteza sempre que possível mas os dados base que foram utilizados para esses balanços requeriam mais algum investimento metrológico. Contudo todos os valores foram julgados na sua razoabilidade de modo que é possível concluir que o significado metrológico das medições efectuadas tem relevância.

Os dados para as placas de orifício foram obtidos sempre na mesma tubagem. Deste modo o valor do coeficiente  $\beta = d/D$  só foi testado no seu numerador, ficando o denominador constante e ficando inexplorados eventuais efeitos que possa ter a mudança de diâmetro da conduta.

O sensor de velocidade do ar foi somente testado em situações limitadas, não tendo sido exploradas alterações de temperatura, pressão e humidade, para mais diâmetros diferentes e para ângulos de ataque do sensor diferentes. Não foi também estudado o efeito da turbulência neste sensor.

### 7.4 SUGESTÕES PARA TRABALHO FUTURO

Este trabalho na área da metrologia deve ser entendido como prospectivo, já que não foram garantidas as condições de rastreabilidade da medida indicada de alguns dos instrumentos, e que se afigura uma exigência normal num trabalho de maior rigor.

Assim, sugerem-se as seguintes linhas de acção:

- a) Melhoria condições de rastreabilidade ou de esforço metrológico: obtenção de caracterização metrológica precisa de todos os sensores em causa nomeadamente sendo necessária uma melhor caracterização da incerteza dos medidores de pressão diferencial e de pressão absoluta.
- b) Método da diluição dinâmica: utilização de um medidor de caudal mássico de gás traçador com menos incerteza expandida dado ser esta medida uma das que mais contribui para a incerteza global do método da diluição.

- c) Placa de orifício: obtenção de dados para tubagens de diâmetros diversos para observar os seus eventuais efeitos. Identificação das causas físicas de diferença entre o modelo recomendado pela ISO e os resultados reais.
- d) Sensor de velocidade do ar: obtenção de dados para outros diâmetros de tubagem, para outras condições atmosféricas. Também verificar o efeito do ângulo de ataque na medida do sensor e os efeitos da turbulência, nomeadamente pela introdução de laminadores de fluido.

## Referências bibliográficas

- ABB Compact Orifice Flow Meter, Orimaster** [Online]. - 2011. - Novembro de 2011. - [http://www02.abb.com/global/dkabb/dkabb504.nsf/0/38979ea45fbf930bc12578b70033b9b7/\\$file/Orifice+FlowMeter.pdf](http://www02.abb.com/global/dkabb/dkabb504.nsf/0/38979ea45fbf930bc12578b70033b9b7/$file/Orifice+FlowMeter.pdf).
- Atkinson Kendell A.** An introduction to numerical analysis (2nd ed.) [Livro]. - [s.l.] : John Wiley and Sons, 1989.
- Control Emerson Process** Development of orifice meter standards [Jornal] // Daniel measurement and control white papers. - [s.l.] : Emerson Process Management, 2010.
- Coulson J. e Richardson J.** Chemical engineering - 6th Edition [Livro]. - Oxford : Butterworth-Heinemann, 1999.
- Departamento de Física - Universidade de Aveiro** Torre Meteorológica da Universidade de Aveiro [Online]. - 2011. - Outubro de 2011. - <http://www2.fis.ua.pt/torre/>.
- DTI Danish Technological Institute** GUM Workbench [Online]. - 2011. - Novembro de 2011. - [http://www.gum.dk/e-wb-home/gw\\_home.html](http://www.gum.dk/e-wb-home/gw_home.html).
- EAL-R1** EA-4/02 - Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration [Relatório]. - [s.l.] : European Co-operation for Accreditation, 1999.
- GUM** Guide to the expression of uncertainty in measurement [Relatório]. - [s.l.] : ISO, 1993.
- Herschel Clemons** The Venturi Water meter [Livro]. - Providence : Builders Iron Foundry, 1898.
- ISO** Guide to the expression of the uncertainty in measurement [Relatório]. - [s.l.] : ISO, 1995.
- ISO13528** Statistical methods for use in proficiency testing by interlaboratory comparisons [Relatório]. - [s.l.] : ISO, 2005.
- ISO5167-1** Measurement of fluid by means pressure differential devices inserted in circular-cross section conduits running full - part 1: general principles and requirements [Relatório]. - Switzerland : ISO, 2003.
- ISO5167-2** Measurement of fluid by means pressure differential devices inserted in circular-cross section conduits running full - part 2: orifice plates [Relatório]. - Switzerland : ISO, 2003.
- JCGM100** JCGM 100:2008 - GUM 1995 with minor corrections [Relatório]. - [s.l.] : Joint Committee for Guides in Metrology, 2008.
- Kreyszig Erwin** Advanced Engineering Mathematics - 6th Edition [Livro]. - [s.l.] : Wiley & Sons, 1988.



**Matos M.A. e Ferreira V.S** Gas mass-flow meters: Principles and applications [Jornal] // Flow Measurement and Instrumentation. - 2010. - pp. 143-149.

**Matos M.A. e Pereira F.A.** "Propriedades e Caracterização de Efluentes Gasosos (Capítulo 2)" [Secção do Livro] // Apontamentos da Disciplina de TTEG. - [s.l.] : Universidade de Aveiro, 2007.

**Matos M.A.** Protocolos Das Aulas Práticas De Laboratórios Da Disciplina De Técnicas De Tratamento De Efluentes Gasosos [Relatório]. - Aveiro : Universidade de Aveiro, 2004.

**MECON** Orifice Flowmeter FON4 [Online]. - 2011. - Novembro de 2011. - <http://saba.kntu.ac.ir/eecd/ecourses/inst%2086/Projects/Flowmeters/Final%20Project-Alizadeh/All%20Other%20Files/Technical%20Paper/Mecon.pdf>.

**Perry Robert** Perry's Chemical Engineers' Handbook - 7th Edition [Relatório]. - [s.l.] : McGraw-Hill, 1999.

**Rodrigues Nuno** Metrologia Aplicada ao Desenvolvimento de Sistemas de Medição (Tese de Mestrado) [Relatório]. - Aveiro : DAO, Universidade de Aveiro, 2009.

**Sillanpaa S.** Thermodynamic Studies In Flow Metrology [Livro]. - Espoo : MIKES Metrology, 2009.

**Spirax-Sarco** M410-Orifice Plate Flowmeter and Carrier Assembly [Online]. - 2011. - Novembro de 2011. - [http://www.spiraxsarco.com/pdfs/TI/p176\\_02.pdf](http://www.spiraxsarco.com/pdfs/TI/p176_02.pdf).

**T. H. Kerr H. S. Bean, R. J. S. Pigott, R. E. Sprenkle, G. D. Conlee, and C. C. Reed** The History of Orifice Meters and the Calibration, Construction, and Operation of Orifices for Metering [Livro]. - [s.l.] : Report of the Joint AGA - ASME Orifice Coefficient Committee, 1935.

**Venturi Giovanni Battista** Recherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides. [Livro]. - Paris : [s.n.], 1797.

**Weymouth Thomas** Measurement of Natural Gas [Jornal] // ASTM Transactions, volume 34. - 1912. - p. 1091.

**White F.M.** Fluid Mechanics - 5th Edition [Relatório]. - [s.l.] : McGraw-Hill, 2003.

## ANEXO A – DADOS NUMÉRICOS

### Conjunto de Dados # 1

Calibração de Medidor de Caudal Mássico (secção 3.3.1)

Tempo	Volume	Caudal	Tensão MFM	Pressão	Temperatura	Caudal vol
<i>min</i>	<i>litros</i>	<i>g/min ref</i>	<i>Volt</i>	<i>Pa</i>	<i>K</i>	<i>l/min actual</i>
0,3716634	0,0000000	0,0000000	1,0313450	100748,7000	289,4567000	0,0000000
4,0956630	0,2500000	0,1125266	1,8503680	100737,8000	289,2639000	0,0610402
5,3148270	0,5700001	0,1977864	2,2282090	100710,0000	289,0701000	0,1072471
4,1614990	0,5900000	0,2615296	2,5539750	100737,2000	289,0763000	0,1417758
3,7989990	0,6100000	0,2958364	2,7018090	100682,6000	289,2709000	0,1605686
2,9751630	0,5500000	0,3403535	2,9031790	100601,8000	289,2470000	0,1848638
2,2501630	0,5500000	0,4498062	3,3021230	100570,4000	289,2908000	0,2444268
2,2171710	0,6000000	0,4958514	3,5142960	100186,2000	289,4341000	0,2706151
1,9534990	0,6000000	0,5613056	3,7820120	99993,9800	289,6368000	0,3071412
1,6898360	0,6000000	0,6529749	4,0026760	100606,7000	289,5867000	0,3550641
1,9534990	0,8000001	0,7534767	4,2642270	100594,6000	289,4163000	0,4095215
2,0523270	0,9000000	0,8069013	4,5045090	100588,0000	289,3762000	0,4385265
2,0853350	1,0500000	0,9259434	4,7570280	100591,3000	289,5547000	0,5035161
1,9864990	1,1000000	1,0186250	4,9814070	100552,0000	289,3490000	0,5537380

### Conjunto de Dados # 2

Calibração de Medidor de Caudal Mássico (secção 3.3.1.1)

Leitura	Caudal CO2	Leitura	Caudal CO2	Leitura	Caudal CO2	Leitura	Caudal CO2	Leitura	Caudal CO2
<i>[volt]</i>	<i>[mg/min]</i>	<i>[volt]</i>	<i>[mg/min]</i>	<i>[volt]</i>	<i>[mg/min]</i>	<i>[volt]</i>	<i>[mg/min]</i>	<i>[volt]</i>	<i>[mg/min]</i>
0,954925	-4,1416	4,714212	904,4726	4,770891	926,0649	3,473834	490,6543	1,688256	92,123
1,239253	28,5233	4,732115	911,2676	4,770173	925,7899	3,473882	490,6681	1,686174	91,79414
4,230048	729,583	4,747697	917,2007	4,771776	926,4039	3,473714	490,6197	1,089896	10,62882
2,109112	165,0956	4,755333	920,1146	3,178065	408,5597	3,473786	490,6404	1,101912	12,00823
2,223642	187,1917	4,762059	922,6849	3,459281	486,4655	3,921904	627,185	1,103707	12,2152
1,03396	4,346187	4,765386	923,9575	3,470603	489,723	4,057138	671,2707	1,105622	12,43626
1,018066	2,602665	4,766702	924,4611	3,468688	489,1714	3,252647	428,6589	1,106005	12,48051
1,038005	4,792854	4,768904	925,304	3,474217	490,7647	3,163488	404,6788	1,107106	12,60776
1,035994	4,570641	4,764308	923,545	3,474001	490,7024	1,608863	79,80637	1,107896	12,69912
1,647423	85,73092	4,767492	924,7634	3,475749	491,2066	1,680023	90,82439	1,10847	12,76552
1,674302	89,92492	4,767707	924,8457	3,476156	491,324	1,688017	92,08523	1,108566	12,77663
1,919304	130,5842	4,767971	924,9468	3,474695	490,9026	1,684618	91,54856	1,10726	12,62556
2,504165	245,357	4,767133	924,626	3,474504	490,8475	1,687849	92,05869		
4,304295	755,2918	4,770484	925,909	3,474408	490,8198	1,68548	91,68458		
4,648701	879,8079	4,769886	925,68	3,525917	505,7718	1,687467	91,99834		

**Conjunto de Dados # 3**

Balanço de incerteza para a calibração de Medidor de Caudal Mássico (secção 3.3.1.1)

xi					u(xi)					Factores de sensibilidade					u(y)	Veff	k	U
Caudal	Pressão	Temperatura	Resolução	Desv pad	Caudal	Pressão	Temperatura	Resolução	Desv pad	Caudal	Pressão	Temperatura	Resolução	Desv pad			Fact expansão	Incert Exp
[l/min]	[Pa]	[K]	g/min	g/min	[l/min]	[Pa]	[K]	[g/min]	[g/min]						[g/min]	[-]	[-]	[g/min]
0,00000	100	1,5	0,0005	0,004	0,00000	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17304	0,000	0,000000	1	1	0,0040	24,25	2,04	0,008
0,00122	100	1,5	0,0005	0,004	0,00070	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17370	7,1118E-07	-0,000248	1	1	0,0041	26,49	2,04	0,008
0,00214	100	1,5	0,0005	0,004	0,00124	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17416	1,2504E-06	-0,000436	1	1	0,0043	31,29	2,04	0,009
0,00284	100	1,5	0,0005	0,004	0,00164	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17445	1,6529E-06	-0,000576	1	1	0,0045	36,70	2,04	0,009
0,00321	100	1,5	0,0005	0,004	0,00185	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17303	1,8707E-06	-0,000651	1	1	0,0046	40,21	2,04	0,009
0,00370	100	1,5	0,0005	0,004	0,00213	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17218	2,154E-06	-0,000749	1	1	0,0048	45,31	2,04	0,010
0,00489	100	1,5	0,0005	0,004	0,00282	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17164	2,8476E-06	-0,000990	1	1	0,0053	59,05	2,04	0,011
0,00541	100	1,5	0,0005	0,004	0,00312	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,16658	3,1511E-06	-0,001091	1	1	0,0055	64,58	2,04	0,011
0,00614	100	1,5	0,0005	0,004	0,00355	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,16353	3,5739E-06	-0,001234	1	1	0,0059	71,32	2,04	0,012
0,00710	100	1,5	0,0005	0,004	0,00410	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17086	4,1322E-06	-0,001436	1	1	0,0064	77,76	2,04	0,013
0,00819	100	1,5	0,0005	0,004	0,00473	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17141	4,7688E-06	-0,001658	1	1	0,0070	80,85	2,04	0,014
0,00877	100	1,5	0,0005	0,004	0,00506	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17150	5,1073E-06	-0,001775	1	1	0,0073	81,20	2,04	0,015
0,01007	100	1,5	0,0005	0,004	0,00581	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17081	5,8606E-06	-0,002036	1	1	0,0081	80,09	2,04	0,017
0,01107	100	1,5	0,0005	0,004	0,00639	57,73503	0,86603	0,00029	0,004	1,17119	6,4497E-06	-0,002241	1	1	0,0087	78,36	2,04	0,018

**Conjunto de Dados # 4**Calibração de Medidor de Concentração de CO<sub>2</sub> (secção 3.3.2)

Leitura	[CO2]	Leitura	[CO2]	Leitura	[CO2]	Leitura	[CO2]	Leitura	[CO2]
[volt]	[ppm]	[volt]	[ppm]	[volt]	[ppm]	[volt]	[ppm]	[volt]	[ppm]
1,710354	430,154	1,705292	428,881	1,702434	428,1622	0,020067	5,046893	0,012683	3,189876
1,711247	430,3786	1,712319	430,6482	1,701958	428,0424	0,013934	3,504371	0,012147	3,055092
1,703208	428,3569	1,69779	426,9941	1,698921	427,2786	0,016018	4,028529	0,012207	3,070068
1,721251	432,8946	1,703923	428,5366	1,694157	426,0805	0,011373	2,860405	0,008575	2,156536
1,708389	429,6598	1,715356	431,412	1,709818	430,0192	0,011492	2,890357	0,021556	5,421291
1,708389	429,6598	1,707317	429,3902	1,699755	427,4883	0,023164	5,825642	0,017804	4,477807
1,715534	431,4569	1,705412	428,911	1,707317	429,3902	0,010778	2,710646	0,015601	3,923697
1,710592	430,2139	1,699517	427,4284	1,701898	428,0274	0,013636	3,429491	0,014589	3,669106
1,711009	430,3187	1,709342	429,8994	1,705114	428,8361	0,018043	4,537711	1,141625	287,1188
1,716547	431,7115	1,699874	427,5182	1,709282	429,8844	0,017804	4,477807	1,138291	286,2801
1,711545	430,4535	1,702196	428,1023	1,6991	427,3236	0,010242	2,575862	1,665099	418,7723
1,714939	431,3072	1,6991	427,3236	1,467762	369,142	0,014113	3,549299	1,76341	443,4976
1,717797	432,026	1,697016	426,7994	1,048673	263,7413	0,012803	3,219828	1,812655	455,8827
1,712021	430,5733	1,707317	429,3902	0,636731	160,1378	0,013458	3,384563	1,833734	461,1842
1,703566	428,4467	1,696837	426,7545	0,373952	94,04892	0,009647	2,426103	1,83296	460,9895
1,723156	433,3738	1,709937	430,0492	0,376096	94,58805	0,011314	2,845429	1,841475	463,1311
1,711604	430,4685	1,722918	433,3139	0,030786	7,742563	0,010063	2,530934	1,831948	460,7349
1,706067	429,0757	1,702672	428,2221	0,028582	7,188453	0,01447	3,639154	1,845227	464,0735

**Conjunto de Dados # 5**

Incerteza associada ao sensor de humidade (secção 3.2.2)

<b>Data</b>	<b>[ppm]</b>
30-Jul-11	392
20-Jul-11	426
22-06-2011	480
04-04-2011	429
<b>Desvio padrão</b>	<b>36,28</b>

**Conjunto de Dados # 6**

Incerteza associada ao sensor de humidade (secção 4.3.2)

<b>H.R.</b>	<b>H.R.</b>
<b>[%]</b>	<b>[%]</b>
73,28695	73,30729
73,31136	73,34391
73,3195	73,32764
73,32357	73,34798
73,32357	73,34798
73,3195	73,34391
73,32357	73,33984
73,31543	73,36426
73,29508	73,36832
73,29102	73,35612
73,33578	73,36019
73,29508	73,36832
73,29508	

**Conjunto de Dados # 7**

Calibração do sensor de pressão diferencial (secção 4.3.4)

<b>Tensão</b>	<b>cm H<sub>2</sub>O</b>	<b><math>\Delta p</math> *</b>
<b>[volt]</b>	<b>[cm]</b>	<b>[Pa]</b>
0,200	0,8	78,4
0,221	1,1	107,8
0,230	1,3	127,4
0,241	1,5	147,0
0,251	1,8	176,4
0,270	2	196,0
0,289	2,9	284,2
0,350	4,1	401,8
0,403	5,3	519,4
0,455	6,4	627,2
0,501	7,5	735,0

<b>Tensão</b>	<b>cm H<sub>2</sub>O</b>	<b><math>\Delta p</math></b>
<b>[volt]</b>	<b>[cm]</b>	<b>[Pa]</b>
0,348898	4,1	401,8
0,271204	2,3	225,4
0,25082	1,8	176,4
0,200692	0,7	68,6
0,201484	0,8	78,4
0,54953	8,4	823,2
0,646899	10,6	1038,8
0,809597	14,4	1411,2
0,200368	0,7	68,6
4,704226	103,5	10143,0
4,534491	97,8	9584,4

<b>Tensão</b>	<b>cm H<sub>2</sub>O</b>	<b><math>\Delta p</math></b>
<b>[volt]</b>	<b>[cm]</b>	<b>[Pa]</b>
0,279235	2,7	264,6
0,228065	1,7	166,6
2,690244	56,2	5507,6
4,403128	97	9506,0
4,534	101	9898,0
4,000	87	8526,0
3,315	71,3	6987,4
2,914	60,7	5948,6
2,351	48	4704,0
1,606	32,4	3175,2
1,349	26,5	2597,0

0,554	8,5	833,0
0,603	9,6	940,8
0,652	10,6	1038,8
0,702	11,9	1166,2
0,760	13	1274,0
0,815	14,4	1411,2
0,268	2	196
0,3454792	3,9	382,2
0,5413809	8,3	813,4
0,6456894	10,5	1029
0,8129165	14,4	1411,2
0,8098583	14,3	1401,4
0,6465603	10,6	1038,8
0,5504303	8,5	833

\*)  $\Delta p = 10 \times 9,8 \times \text{cmH}_2\text{O}$

4,148862	89,8	8800,4
3,971277	84,8	8310,4
3,861959	84,8	8310,4
3,462207	74,8	7330,4
2,969718	62,6	6134,8
2,425147	50,6	4958,8
2,113579	43,2	4233,6
1,565105	30,1	2949,8
1,20625	23,2	2273,6
0,773918	14	1372,0
0,578107	9,4	921,2
0,379019	5,5	539,0
0,272204	2,7	264,6
0,265496	2,7	264,6

0,945	17,7	1734,6
0,776	12,7	1244,6
0,527	8,3	813,4
0,400	4,5	441,0
0,361	4,5	441,0
0,430	4,5	441,0
0,231	2,2	215,6
0,197	1	98,0
0,211	1	98,0
1,300	25,5	2499,0
2,972	65,3	6399,4
4,172	93	9114,0
4,699	107,7	10554,6

### Conjunto de Dados # 8

Dados dos sensores para o orifício d=36mm (secção 4.3.7)

Hum	Patm	$\Delta p$	Gas Diluição	Pressão diferencial	Pressão	Temp	CO2 leitura	Gas Traçador	Gas Traçador	Gas Traçador
[%]	[Pa]	[cm H <sub>2</sub> O]	[g/min]	[V]	[Pa]	[K]	[%]	[g/min]	[V]	[g/min]
66,29	100500,3	0,8	508,6639	0,200	100376,000	290,999	0,0013762750	0,7363203	4,3431853	0,765353768
66,29	100500,3	1,1	639,7583	0,221	100349,400	291,282	0,0011804950	0,7345251	4,3363779	0,762905896
66,29	100500,3	1,3	698,6038	0,230	100269,700	291,316	0,0011171200	0,7344079	4,3359335	0,762746244
66,29	100500,3	1,5	750,0610	0,241	100178,000	291,183	0,0010689330	0,7332536	4,3315564	0,761174863
66,29	100500,3	1,8	796,5607	0,251	100249,900	291,011	0,0010349040	0,7372632	4,3467608	0,76664129
66,29	100500,3	2,0	872,1191	0,270	100113,500	291,273	0,0009791064	0,7328193	4,3299095	0,760584123
66,29	100500,3	2,9	971,0510	0,289	100129,100	290,445	0,0009272977	0,7390870	4,3536767	0,769135226
66,29	100500,3	4,1	1117,0390	0,350	99977,290	291,314	0,0008620658	0,7388390	4,3527363	0,768795826
66,29	100500,3	5,3	1256,5310	0,403	99874,460	291,405	0,0008142932	0,7394027	4,3548738	0,769567403
66,29	100500,3	6,4	1399,3530	0,455	99708,340	292,099	0,0007741990	0,7377191	4,3484896	0,767264266
66,29	100500,3	7,5	1494,6590	0,501	99593,200	291,290	0,0007536559	0,7410371	4,3610715	0,771807059
66,29	100500,3	8,5	1583,1680	0,554	99503,480	291,386	0,0007356615	0,7414069	4,3624738	0,772314327
66,29	100500,3	9,6	1677,0320	0,603	99415,950	291,388	0,0007188599	0,7423450	4,3660311	0,773602021
66,29	100500,3	10,6	1777,0080	0,652	99307,870	291,325	0,0007030586	0,7436914	4,3711366	0,775452346
66,29	100500,3	11,9	1874,3060	0,702	99259,140	291,290	0,0006885057	0,7427461	4,3675520	0,774152975
66,29	100500,3	13,0	1973,2510	0,760	99076,300	290,648	0,0006758660	0,7438764	4,3718381	0,775706788
66,29	100500,3	14,4	2135,5740	0,815	98940,610	290,074	0,0006570937	0,7438235	4,3716375	0,775634026

ps	pv	Yv	Md	Mv	Mg	P1	P2	Ro1	Ro2	Visc d	Visc V	Viscosidade
[bar]	[bar]	[-]	[g/mol]	[g/mol]	[g/mol]	[Pa]	[Pa]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m/s]	[kg/m/s]	[kg/m/s]
0,02042	0,01353	0,01347	28,958	18,00	28,810	100424,74	100376,00	1,19588	1,19530	1,81E-05	8,82E-06	1,79E-05
0,02078	0,01378	0,01371	28,955	18,00	28,805	100445,76	100349,40	1,19474	1,19359	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05
0,02083	0,01381	0,01374	28,954	18,00	28,803	100386,44	100269,70	1,19384	1,19245	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05
0,02066	0,01369	0,01362	28,953	18,00	28,804	100318,91	100178,00	1,19360	1,19192	1,81E-05	8,82E-06	1,79E-05
0,02043	0,01354	0,01348	28,953	18,00	28,805	100411,98	100249,90	1,19546	1,19353	1,81E-05	8,82E-06	1,79E-05
0,02077	0,01377	0,01370	28,952	18,00	28,802	100318,84	100113,50	1,19314	1,19070	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05

0,01972	0,01307	0,01300	28,951	18,00	28,809	100377,81	100129,10	1,19753	1,19457	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,02082	0,01380	0,01374	28,950	18,00	28,800	100362,63	99977,29	1,19341	1,18883	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05
0,02094	0,01388	0,01381	28,949	18,00	28,798	100377,12	99874,46	1,19314	1,18717	1,81E-05	8,83E-06	1,8E-05
0,02187	0,01450	0,01443	28,949	18,00	28,791	100328,11	99708,34	1,18942	1,18208	1,81E-05	8,86E-06	1,8E-05
0,02079	0,01378	0,01372	28,948	18,00	28,798	100315,69	99593,20	1,19289	1,18430	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05
0,02092	0,01387	0,01380	28,948	18,00	28,797	100344,14	99503,48	1,19279	1,18280	1,81E-05	8,83E-06	1,8E-05
0,02092	0,01387	0,01380	28,948	18,00	28,797	100366,92	99415,95	1,19304	1,18174	1,81E-05	8,83E-06	1,8E-05
0,02084	0,01381	0,01375	28,948	18,00	28,797	100368,90	99307,87	1,19333	1,18072	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05
0,02079	0,01378	0,01372	28,948	18,00	28,797	100432,28	99259,14	1,19424	1,18029	1,81E-05	8,83E-06	1,79E-05
0,01997	0,01324	0,01317	28,947	18,00	28,803	100378,24	99076,30	1,19647	1,18095	1,8E-05	8,8E-06	1,79E-05
0,01926	0,01277	0,01270	28,947	18,00	28,808	100366,08	98940,61	1,19889	1,18187	1,8E-05	8,78E-06	1,79E-05

$\epsilon$	Cd	Cd* $\epsilon$	Qm	Re	Qm
$[-]$	$[-]$	$[-]$	$[kg/s]$	$[-]$	$[g/min]$
0,99986	0,63322	0,63314	0,00746	8823,206	447,475
0,99973	0,62848	0,62831	0,01040	12298,751	624,109
0,99967	0,62734	0,62713	0,01142	13505,826	685,411
0,99960	0,62628	0,62603	0,01253	14814,664	751,626
0,99954	0,62553	0,62524	0,01343	15886,487	805,713
0,99942	0,62436	0,62400	0,01507	17818,823	904,212
0,99929	0,62344	0,62300	0,01659	19648,923	995,346
0,99890	0,62163	0,62095	0,02055	24291,025	1232,747
0,99857	0,62063	0,61975	0,02342	27681,414	1405,072
0,99823	0,61993	0,61883	0,02592	30600,121	1555,460
0,99794	0,61940	0,61812	0,02800	33104,572	1679,942
0,99760	0,61892	0,61744	0,03017	35661,217	1810,045
0,99729	0,61855	0,61688	0,03206	37897,946	1923,582
0,99698	0,61823	0,61636	0,03384	40007,685	2030,401
0,99666	0,61795	0,61588	0,03557	42054,468	2134,120
0,99629	0,61765	0,61536	0,03747	44366,191	2248,403
0,99594	0,61740	0,61489	0,03922	46491,315	2353,241

## Conjunto de Dados # 9

Dados dos sensores para o orifício d=30mm (secção 4.3.7)

Hum	Patm	$\Delta p$	Gas Diluição	Pressão diferencial	Pressão	Temp	CO2 leitura	Gas Traçador	Gas Traçador	Gas Traçador
[%]	[Pa]	[cm H <sub>2</sub> O]	[g/min]	[V]	[Pa]	[K]	[%]	[g/min]	[V]	[g/min]
50,31331	100808,9	40,1	2647,675	1,964	95091,660	292,140	0,0006281613	0,8051832	4,6043139	0,862731731
50,31331	100808,9	34	2438,934	1,690	94986,850	291,964	0,0006448131	0,8037132	4,5987397	0,860581032
50,31331	100808,9	30,9	2433,716	1,578	97256,830	291,923	0,0006454400	0,8043451	4,6011359	0,861505149
50,31331	100808,9	23,9	2052,765	1,262	97931,380	292,156	0,0006851867	0,8030831	4,5963503	0,859660135
50,31331	100808,9	18,4	1793,281	1,013	98326,660	291,921	0,0007220199	0,8024536	4,5939633	0,858740699
50,31331	100808,9	16,8	1688,087	0,907	97892,450	292,268	0,0007404599	0,8029290	4,5957660	0,859435005
50,31331	100808,9	12,6	1485,664	0,717	98543,710	292,453	0,0007830962	0,8034176	4,5976188	0,860148937
50,31331	100808,9	8,5	1205,616	0,534	99667,270	292,376	0,0008651573	0,8031206	4,5964925	0,859714925
50,31331	100808,9	5,4	970,282	0,399	99847,340	291,926	0,0009706388	0,8027666	4,5951502	0,859197788
50,31331	100808,9	4,8	932,6538	0,387	99880,830	292,237	0,0009922672	0,8024620	4,5939951	0,858752964
50,31331	100808,9	3,5	799,1699	0,323	100227,800	292,385	0,0010863710	0,8025682	4,5943978	0,858908038
50,31331	100808,9	2,3	642,9443	0,266	100464,300	292,159	0,0012458700	0,8024566	4,5939747	0,858745079
50,31331	100808,9	1,1	453,4164	0,217	100590,800	292,553	0,0015859270	0,8017587	4,5913282	0,857726419
50,31331	100808,9	0,5	293,0847	0,196	100594,000	292,503	0,0022180890	0,8019526	4,5920635	0,856009365

ps	pv	Yv	Md	Mv	Mg	P1	P2	Ro1	Ro2	Visc d	Visc V	Viscosidade
[bar]	[bar]	[-]	[g/mol]	[g/mol]	[g/mol]	[Pa]	[Pa]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m/s]	[kg/m/s]	[kg/m/s]
0,02193	0,01103	0,01094	28,947	18,00	28,827	99088,31	95091,66	1,17603	1,12859	1,81E-05	8,86E-06	1,8E-05
0,02169	0,01091	0,01083	28,947	18,00	28,828	98369,93	94986,85	1,16827	1,12809	1,81E-05	8,86E-06	1,8E-05
0,02163	0,01088	0,01080	28,947	18,00	28,829	100391,39	97256,83	1,19246	1,15522	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02195	0,01104	0,01096	28,947	18,00	28,828	100356,77	97931,38	1,19105	1,16226	1,81E-05	8,86E-06	1,8E-05
0,02163	0,01088	0,01080	28,948	18,00	28,830	100196,15	98326,66	1,19019	1,16799	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02210	0,01112	0,01103	28,948	18,00	28,828	99523,27	97892,45	1,18070	1,16136	1,81E-05	8,87E-06	1,8E-05
0,02236	0,01125	0,01116	28,949	18,00	28,827	99749,59	98543,71	1,18261	1,16831	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02225	0,01120	0,01111	28,950	18,00	28,829	100463,44	99667,27	1,19146	1,18202	1,81E-05	8,87E-06	1,8E-05
0,02164	0,01089	0,01080	28,952	18,00	28,833	100341,82	99847,34	1,19206	1,18618	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02206	0,01110	0,01101	28,952	18,00	28,831	100348,96	99880,83	1,19079	1,18523	1,81E-05	8,87E-06	1,8E-05
0,02227	0,01120	0,01111	28,953	18,00	28,832	100552,17	100227,80	1,19261	1,18876	1,81E-05	8,87E-06	1,8E-05
0,02196	0,01105	0,01096	28,956	18,00	28,836	100660,29	100464,30	1,19498	1,19266	1,81E-05	8,86E-06	1,8E-05
0,02250	0,01132	0,01123	28,961	18,00	28,838	100678,50	100590,80	1,19367	1,19263	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02243	0,01129	0,01120	28,971	18,00	28,848	100633,59	100594,00	1,19375	1,19328	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05

$\epsilon$	Cd	Cd* $\epsilon$	Qm	Re	Qm
[-]	[-]	[-]	[kg/s]	[-]	[g/min]
0,98926	0,61256	0,60598	0,04289	50532,564	2573,531
0,99085	0,61285	0,60724	0,03941	46452,781	2364,850
0,99170	0,61295	0,60786	0,03837	45224,234	2302,101
0,99358	0,61342	0,60948	0,03382	39843,381	2029,221
0,99505	0,61394	0,61090	0,02975	35067,079	1785,053
0,99565	0,61425	0,61158	0,02771	32633,144	1662,406

0,99679	0,61493	0,61296	0,02390	28136,168	1433,895
0,99790	0,61597	0,61467	0,01955	23015,387	1172,731
0,99869	0,61736	0,61655	0,01545	18215,955	927,273
0,99876	0,61754	0,61678	0,01503	17708,946	902,074
0,99915	0,61880	0,61827	0,01255	14783,280	753,286
0,99948	0,62079	0,62047	0,00980	11549,293	588,209
0,99977	0,62482	0,62467	0,00660	7767,169	395,922
0,99990	0,63007	0,63001	0,00447	5264,079	268,301

### Conjunto de Dados # 10

Dados dos sensores para o orifício d=25mm (secção 4.3.7)

Hum	Patm	$\Delta p$	Gas Diluição	Pressão diferencial	Pressão	Temperatura	CO2 leitura	Gas Traçador	Gas Traçador	Gas Traçador
[%]	[Pa]	[cm H <sub>2</sub> O]	[g/min]	[V]	[Pa]	[K]	[%]	[g/min]	[V]	[g/min]
50,43457	101430	72,2	2368,347	3,448	94162,620	290,445	0,0006626321	0,8449446	4,7550894	0,92212667
50,43457	101430	63	2346,1	3,024	95070,030	290,280	0,0006629996	0,8383247	4,7299867	0,912073201
50,43457	101430	54,8	2181,992	2,658	95881,970	290,578	0,0006789576	0,8328600	4,7092646	0,903824011
50,43457	101430	47	2072,952	2,305	96660,130	290,140	0,0006920332	0,8326197	4,7083533	0,903462301
50,43457	101430	35,8	1769,386	1,803	97670,050	290,382	0,0007364000	0,8306193	4,7007678	0,900454588
50,43457	101430	33	1630,135	1,616	97777,230	290,372	0,0007618151	0,8285278	4,6928368	0,897316332
50,43457	101430	22,3	1368,42	1,124	98323,430	290,174	0,0008242953	0,8261441	4,6837978	0,893747642
50,43457	101430	16,2	1166,855	0,886	99196,950	290,106	0,0008911714	0,8236880	4,6744843	0,890079467
50,43457	101430	9,7	901,8097	0,590	99793,770	289,930	0,0010253960	0,8215864	4,6665150	0,886947903
50,43457	101430	6,6	750,267	0,461	99969,830	290,080	0,0011439290	0,8194665	4,6584763	0,883795754
50,43457	101430	3,9	577,919	0,349	100108,100	290,377	0,0013542470	0,8170953	4,6494847	0,880277883
50,43457	101430	2,9	476,9409	0,295	100184,400	290,420	0,0015475000	0,8153154	4,6427353	0,877642757
50,43457	101430	1,9	376,368	0,249	100288,800	290,631	0,0018405950	0,8122281	4,6310282	0,873083211
50,43457	101430	1,2	280,3474	0,213	100335,400	290,932	0,0023217950	0,8116511	4,6288403	0,871232627

ps	pv	Yv	Md	Mv	Mg	P1	P2	Ro1	Ro2	Visc d	Visc V	Viscosidade
[bar]	[bar]	[-]	[g/mol]	[g/mol]	[g/mol]	[Pa]	[Pa]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m/s]	[kg/m/s]	[kg/m/s]
0,01972	0,00994	0,00980	28,947	18,00	28,840	101481,28	94162,62	1,21200	1,12460	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,01951	0,00984	0,00970	28,947	18,00	28,841	101439,26	95070,03	1,21224	1,13612	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,01988	0,01003	0,00989	28,947	18,00	28,839	101432,15	95881,97	1,21084	1,14458	1,8E-05	8,8E-06	1,8E-05
0,01934	0,00975	0,00962	28,948	18,00	28,842	101421,23	96660,13	1,21266	1,15574	1,8E-05	8,78E-06	1,79E-05
0,01964	0,00990	0,00976	28,948	18,00	28,841	101307,23	97670,05	1,21025	1,16680	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,01963	0,00990	0,00976	28,949	18,00	28,842	100995,62	97777,23	1,20659	1,16814	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,01938	0,00978	0,00964	28,950	18,00	28,844	100441,24	98323,43	1,20088	1,17556	1,8E-05	8,78E-06	1,79E-05
0,01930	0,00973	0,00960	28,951	18,00	28,845	100780,59	99196,95	1,20528	1,18634	1,8E-05	8,78E-06	1,79E-05
0,01908	0,00963	0,00949	28,953	18,00	28,849	100715,77	99793,77	1,20537	1,19433	1,8E-05	8,77E-06	1,79E-05
0,01927	0,00972	0,00958	28,954	18,00	28,849	100603,76	99969,83	1,20344	1,19586	1,8E-05	8,78E-06	1,79E-05
0,01963	0,00990	0,00976	28,958	18,00	28,851	100491,23	100108,10	1,20091	1,19633	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,01969	0,00993	0,00979	28,960	18,00	28,853	100446,72	100184,40	1,20031	1,19717	1,8E-05	8,79E-06	1,79E-05
0,01995	0,01006	0,00992	28,965	18,00	28,856	100447,08	100288,80	1,19956	1,19767	1,8E-05	8,8E-06	1,8E-05
0,02033	0,01025	0,01011	28,972	18,00	28,861	100413,18	100335,40	1,19813	1,19720	1,81E-05	8,81E-06	1,8E-05



$\varepsilon$	Cd	Cd* $\varepsilon$	Qm	Re	Qm
[-]	[-]	[-]	[kg/s]	[-]	[g/min]
0,98128	0,61061	0,59918	0,03978	47038,845	2386,763
0,98373	0,61078	0,60084	0,03722	44023,758	2232,956
0,98583	0,61096	0,60231	0,03481	41144,984	2088,320
0,98786	0,61117	0,60375	0,03234	38264,959	1940,260
0,99073	0,61156	0,60589	0,02834	33512,414	1700,189
0,99178	0,61175	0,60672	0,02665	31520,331	1599,088
0,99457	0,61247	0,60914	0,02165	25621,386	1299,254
0,99596	0,61302	0,61054	0,01880	22250,522	1128,148
0,99765	0,61420	0,61275	0,01440	17046,470	863,953
0,99838	0,61516	0,61416	0,01196	14151,269	717,456
0,99902	0,61666	0,61605	0,00931	11016,425	558,892
0,99933	0,61796	0,61755	0,00772	9134,592	463,465
0,99960	0,62000	0,61975	0,00602	7115,156	361,173
0,99980	0,62354	0,62342	0,00424	5010,900	254,528

### Conjunto de Dados # 11

Dados dos sensores para o orifício d=19,5mm (secção 4.3.7)

Hum	Patm	$\Delta p$	Gas Diluição	Pressão diferencial	Pressão	Temperatura	CO2 leitura	Gas Traçador	Gas Traçador	Gas Traçador
[%]	[Pa]	[cm H <sub>2</sub> O]	[g/min]	[V]	[Pa]	[K]	[%]	[g/min]	[V]	[g/min]
54,228	102115	103,5	1741,509	4,704226	92370,68	291,6741	0,00072166	0,7782962	4,5023582	0,823895924
54,228	102115	97,8	1727,295	4,534491	92772,22	291,933	0,00072469	0,7799519	4,5086367	0,826256942
54,228	102115	89,8	1616,882	4,148862	93541,53	291,9001	0,00074451	0,7790567	4,5052421	0,824979899
54,228	102115	84,8	1573,486	3,971277	93856,5	291,9206	0,00075157	0,7751156	4,4902974	0,819371554
54,228	102115	84,8	1582,344	3,861959	93822,71	291,5871	0,00075050	0,7768924	4,4970350	0,821897227
54,228	102115	74,8	1451,95	3,462207	94886,86	291,4381	0,00077731	0,7723424	4,4797814	0,815438651
54,228	102115	62,6	1306,862	2,969718	96183,18	291,6413	0,00081954	0,779465	4,5067903	0,825562213
54,228	102115	50,6	1133,278	2,425147	97188,88	291,7646	0,00087822	0,7775758	4,4996265	0,822869879
54,228	102115	43,2	1047,447	2,113579	98063,38	291,7676	0,00091700	0,7807377	4,5116164	0,827378881
54,228	102115	30,1	871,2402	1,565105	99252,78	291,7176	0,00101498	0,7798561	4,5082734	0,826120224
54,228	102115	23,2	762,5992	1,20625	99898	291,6556	0,00109265	0,7731485	4,4828381	0,816580702
54,228	102115	14	581,1325	0,7739184	100797,4	291,8759	0,00131389	0,7857558	4,5306451	0,834564725
54,228	102115	9,4	453,6636	0,5781072	101275,6	291,8152	0,00155264	0,7790854	4,5053509	0,825020822
54,228	102115	5,5	338,7398	0,3790188	101633,1	291,7745	0,00192243	0,7734647	4,4840372	0,817028938

ps	pv	Yv	Md	Mv	Mg	P1	P2	Ro1	Ro2	Visc d	Visc V	Viscosidade
[bar]	[bar]	[-]	[g/mol]	[g/mol]	[g/mol]	[Pa]	[Pa]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m/s]	[kg/m/s]	[kg/m/s]
0,02130	0,01155	0,01131	28,948	18,00	28,824	102502,16	92370,68	1,21838	1,09795	1,81E-05	8,84E-06	1,8E-05
0,02165	0,01174	0,01150	28,948	18,00	28,822	102523,75	92772,22	1,21747	1,10167	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02160	0,01172	0,01147	28,948	18,00	28,823	102429,83	93541,53	1,21652	1,11095	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02163	0,01173	0,01149	28,948	18,00	28,823	102347,28	93856,50	1,21545	1,11461	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02118	0,01149	0,01125	28,948	18,00	28,825	102068,78	93822,71	1,21363	1,11559	1,81E-05	8,84E-06	1,8E-05
0,02099	0,01138	0,01115	28,949	18,00	28,827	102238,09	94886,86	1,21633	1,12888	1,81E-05	8,83E-06	1,8E-05
0,02126	0,01153	0,01129	28,949	18,00	28,826	102431,98	96183,18	1,21775	1,14346	1,81E-05	8,84E-06	1,8E-05
0,02142	0,01162	0,01138	28,950	18,00	28,826	102218,66	97188,88	1,21470	1,15493	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02143	0,01162	0,01138	28,951	18,00	28,826	102395,72	98063,38	1,21681	1,16533	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05

0,02136	0,01158	0,01134	28,952	18,00	28,828	102357,37	99252,78	1,21665	1,17974	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02128	0,01154	0,01130	28,954	18,00	28,830	102199,29	99898,00	1,21509	1,18773	1,81E-05	8,84E-06	1,8E-05
0,02157	0,01170	0,01146	28,957	18,00	28,831	102130,92	100797,40	1,21343	1,19759	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02149	0,01165	0,01141	28,961	18,00	28,835	102170,80	101275,60	1,21433	1,20369	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05
0,02143	0,01162	0,01138	28,966	18,00	28,841	102082,64	101633,10	1,21369	1,20835	1,81E-05	8,85E-06	1,8E-05

$\epsilon$	Cd	Cd* $\epsilon$	Qm	Re	Qm
[-]	[-]	[-]	[kg/s]	[-]	[g/min]
0,97464	0,61077	0,59529	0,02809	33139,720	1685,445
0,97561	0,61082	0,59592	0,02758	32516,682	1654,682
0,97778	0,61092	0,59734	0,02638	31108,160	1582,894
0,97877	0,61097	0,59800	0,02580	30423,166	1548,108
0,97933	0,61100	0,59837	0,02542	29999,615	1525,456
0,98163	0,61113	0,59990	0,02409	28438,298	1445,598
0,98444	0,61132	0,60181	0,02230	26306,529	1337,822
0,98747	0,61161	0,60394	0,02005	23649,136	1203,001
0,98924	0,61181	0,60522	0,01866	22013,887	1119,825
0,99230	0,61230	0,60759	0,01586	18708,881	951,600
0,99429	0,61280	0,60930	0,01368	16144,972	821,080
0,99669	0,61386	0,61183	0,01045	12326,605	627,189
0,99778	0,61476	0,61339	0,00859	10130,507	515,382
0,99889	0,61664	0,61596	0,00611	7207,595	366,649

### Conjunto de Dados # 12

Dados dos sensores para o orifício d=15,05mm (secção 4.3.7)

Hum	Patm	$\Delta p$	Gas Diluição	Pressão diferencial	Pressão	Temperatura	CO2 leitura	Gas Traçador	Gas Traçador	Gas Traçador
[%]	[Pa]	[cm H2O]	[g/min]	[V]	[Pa]	[K]	[%]	[g/min]	[V]	[g/min]
59,0861	102145,2	101	901,508	4,534	92706,050	292,7722000000	0,0009960	0,780859	4,5120764	0,827552149
59,0861	102145,2	87	897,855	4,000	93672,370	292,6605000000	0,0009966	0,7784175	4,5028182	0,824068762
59,0861	102145,2	71,3	835,947	3,315	95212,330	292,7619000000	0,0010361	0,7751992	4,4906144	0,819490287
59,0861	102145,2	60,7	789,172	2,914	96160,420	292,6724000000	0,0010747	0,7784907	4,5030958	0,824173073
59,0861	102145,2	48	700,266	2,351	97460,580	292,6620000000	0,0011541	0,7757312	4,4926318	0,820246095
59,0861	102145,2	32,4	561,934	1,606	98910,120	292,4563000000	0,0013323	0,7756277	4,4922393	0,820099022
59,0861	102145,2	26,5	504,407	1,349	99507,900	293,0072000000	0,0014402	0,7794479	4,5067255	0,82553782
59,0861	102145,2	17,7	403,017	0,945	100280,400	292,8951000000	0,0016882	0,7757045	4,4925305	0,820208153
59,0861	102145,2	12,7	339,681	0,776	100779,400	292,7881000000	0,0019185	0,7735832	4,4844865	0,817196958
59,0861	102145,2	8,3	264,246	0,527	100900,300	292,5489000000	0,0023431	0,773665	4,4847967	0,817312952
59,0861	102145,2	4,5	198,389	0,361	101068,800	292,6438000000	0,0020137	0,4807132	3,3739215	0,459631481
59,0861	102145,2	4,5	201,902	0,430	100658,500	292,5696000000	0,0019970	0,484069	3,3866467	0,463122548
59,0861	102145,2	1	65,736	0,211	100997,900	292,2174000000	0,0025096	0,2092385	2,3444875	0,215611536

ps	pv	Yv	Md	Mv	Mg	P1	P2	Ro1	Ro2	Visc d	Visc V	Viscosidade
[bar]	[bar]	[-]	[g/mol]	[g/mol]	[g/mol]	[Pa]	[Pa]	[kg/m3]	[kg/m3]	[kg/m/s]	[kg/m/s]	[kg/m/s]

0,02281	0,01348	0,01319	28,952	18,00	28,808	102457,29	92706,05	1,21258	1,09717	1,81E-05	8,89E-06	1,8E-05
0,02265	0,01338	0,01310	28,952	18,00	28,809	102227,61	93672,37	1,21037	1,10907	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02279	0,01347	0,01319	28,953	18,00	28,808	102234,53	95212,33	1,21002	1,12690	1,81E-05	8,89E-06	1,8E-05
0,02267	0,01339	0,01311	28,953	18,00	28,810	102283,97	96160,42	1,21103	1,13853	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02265	0,01339	0,01310	28,955	18,00	28,811	102323,28	97460,58	1,21159	1,15401	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02237	0,01321	0,01294	28,957	18,00	28,815	102106,39	98910,12	1,21006	1,17218	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02314	0,01367	0,01339	28,959	18,00	28,812	102129,75	99507,90	1,20792	1,17691	1,82E-05	8,9E-06	1,8E-05
0,02298	0,01358	0,01329	28,963	18,00	28,817	101997,55	100280,40	1,20702	1,18670	1,81E-05	8,89E-06	1,8E-05
0,02283	0,01349	0,01321	28,966	18,00	28,821	102116,70	100779,40	1,20905	1,19322	1,81E-05	8,89E-06	1,8E-05
0,02249	0,01329	0,01301	28,972	18,00	28,830	101681,04	100900,30	1,20523	1,19598	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02263	0,01337	0,01309	28,967	18,00	28,824	101478,00	101068,80	1,20220	1,19735	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02252	0,01331	0,01303	28,967	18,00	28,824	101222,94	100658,50	1,19950	1,19281	1,81E-05	8,88E-06	1,8E-05
0,02204	0,01302	0,01275	28,975	18,00	28,835	101071,67	100997,90	1,19959	1,19872	1,81E-05	8,87E-06	1,8E-05

$\varepsilon$	Cd	Cd* $\varepsilon$	Qm	Re	Qm
[-]	[-]	[-]	[kg/s]	[-]	[g/min]
0,97573	0,61254	0,59768	0,01638	19292,757	982,975
0,97870	0,61270	0,59964	0,01538	18118,099	922,909
0,98255	0,61294	0,60225	0,01399	16480,109	839,651
0,98481	0,61312	0,60381	0,01311	15438,770	786,448
0,98797	0,61344	0,60606	0,01173	13812,646	703,598
0,99209	0,61411	0,60925	0,00955	11255,188	573,076
0,99352	0,61446	0,61048	0,00866	10193,544	519,622
0,99576	0,61530	0,61269	0,00703	8278,061	421,880
0,99670	0,61584	0,61381	0,00622	7326,563	373,304
0,99807	0,61722	0,61602	0,00476	5612,168	285,809
0,99899	0,61924	0,61861	0,00346	4074,131	207,523
0,99860	0,61819	0,61732	0,00405	4770,287	242,945
0,99982	0,62738	0,62727	0,00149	1753,771	89,251

### Conjunto de Dados # 13

Dados do sensor de velocidade do ar (secção 6)

D=60mm	
Output	Caudal mássico
[V]	[g/min]
4,817186	313,40
4,145486	286,07
3,175136	235,45
2,508963	196,82
1,947939	152,26
1,570315	107,36
1,347013	72,37
1,090913	37,99

D=84mm	
Output	Caudal mássico
[V]	[g/min]
1,05	40,60
1,069	59,46
1,07	62,85
1,1	82,90
1,14	99,29
1,142	101,97
1,144	98,43
1,21	125,25
1,256	142,68
1,3	154,83
1,307	157,15
1,44	184,18
1,518	204,53
1,546	202,74
1,55	207,84
1,65	232,39
1,735	240,75
1,748	248,45
1,76	249,83
1,768	262,28
1,773	261,60
1,777	264,09

**Conjunto de Dados # 14**

Cálculos da incerteza expandida, U, para os diversos pontos de medida (secção 4.4.4)

Estes valores foram calculados pelo programa GUMWorkbench.

<b>d</b>	<b>Hum</b>	<b>Patm</b>	<b>Temperatura</b>	<b><math>\Delta p</math></b>	<b>P1</b>	<b>P1</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>
<b>[mm]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[K]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>
36	66,29	100500	291,00	48,74	100425	100376	447,49	96,00
36	66,29	100500	291,28	96,36	100446	100349	624,11	66,00
36	66,29	100500	291,32	116,74	100386	100270	685,41	60,00
36	66,29	100500	291,18	140,91	100319	100178	751,63	55,80
36	66,29	100500	291,01	162,08	100412	100250	805,71	51,60
36	66,29	100500	291,27	205,34	100319	100114	904,21	45,60
36	66,29	100500	290,44	248,71	100378	100129	995,35	42,00
36	66,29	100500	291,31	385,34	100363	99977	1232,75	33,60
36	66,29	100500	291,40	502,66	100377	99874	1405,07	29,40
36	66,29	100500	292,10	619,77	100328	99708	1555,46	26,40
36	66,29	100500	291,29	722,49	100316	99593	1679,94	24,60
36	66,29	100500	291,39	840,66	100344	99503	1810,05	23,40
36	66,29	100500	291,39	950,97	100367	99416	1923,58	22,20
36	66,29	100500	291,33	1061,03	100369	99308	2030,40	21,00
36	66,29	100500	291,29	1173,14	100432	99259	2134,12	20,40
36	66,29	100500	290,65	1301,94	100378	99076	2248,40	19,20
36	66,29	100500	290,07	1425,47	100366	98941	2353,24	18,60

<b>d</b>	<b>Hum</b>	<b>Patm</b>	<b>Temperatura</b>	<b><math>\Delta p</math></b>	<b>P1</b>	<b>P1</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>
<b>[mm]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[K]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>
30	50,31	100809	292,14	3996,65	99088	95092	2573,53	10,80
30	50,31	100809	291,96	3383,08	98370	94987	2364,85	10,80
30	50,31	100809	291,92	3134,56	100391	97257	2302,10	10,80
30	50,31	100809	292,16	2425,39	100357	97931	2029,22	10,80
30	50,31	100809	291,92	1869,49	100196	98327	1785,05	11,40
30	50,31	100809	292,27	1630,82	99523	97892	1662,41	12,00
30	50,31	100809	292,45	1205,88	99750	98544	1433,89	13,20
30	50,31	100809	292,38	796,17	100463	99667	1172,73	15,60
30	50,31	100809	291,93	494,48	100342	99847	927,27	19,80
30	50,31	100809	292,24	468,13	100349	99881	902,07	20,40
30	50,31	100809	292,39	324,37	100552	100228	753,29	24,00
30	50,31	100809	292,16	195,99	100660	100464	588,21	31,20
30	50,31	100809	292,55	87,70	100679	100591	395,92	46,80
30	50,31	100809	292,50	39,59	100634	100594	268,30	72,00

<b>d</b>	<b>Hum</b>	<b>Patm</b>	<b>Temperatura</b>	<b><math>\Delta p</math></b>	<b>P1</b>	<b>P1</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>
<b>[mm]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[K]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>
25	50,43	101430	290,45	7318,66	101481	94163	2386,76	8,40
25	50,43	101430	290,28	6369,23	101439	95070	2232,96	7,80
25	50,43	101430	290,58	5550,18	101432	95882	2088,32	7,80
25	50,43	101430	290,14	4761,10	101421	96660	1940,26	7,80
25	50,43	101430	290,38	3637,18	101307	97670	1700,19	7,20

25	50,43	101430	290,37	3218,39	100996	97777	1599,09	7,20
25	50,43	101430	290,17	2117,81	100441	98323	1299,25	7,80
25	50,43	101430	290,11	1583,64	100781	99197	1128,15	8,40
25	50,43	101430	289,93	922,00	100716	99794	863,95	10,20
25	50,43	101430	290,08	633,93	100604	99970	717,46	12,00
25	50,43	101430	290,38	383,13	100491	100108	558,89	15,00
25	50,43	101430	290,42	262,32	100447	100184	463,47	18,60
25	50,43	101430	290,63	158,28	100447	100289	361,17	24,00
25	50,43	101430	290,93	77,78	100413	100335	254,53	34,20

d	Hum	Patm	Temperatura	$\Delta p$	P1	P1	Gm	U
[mm]	[%]	[Pa]	[K]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[g/min]	[g/min]
19,5	54,23	102115	291,67	10131,48	102502	92371	1685,44	5,76
19,5	54,23	102115	291,93	9751,53	102524	92772	1654,68	5,64
19,5	54,23	102115	291,90	8888,30	102430	93542	1582,89	5,46
19,5	54,23	102115	291,92	8490,78	102347	93857	1548,11	5,40
19,5	54,23	102115	291,59	8246,07	102069	93823	1525,46	5,34
19,5	54,23	102115	291,44	7351,23	102238	94887	1445,60	5,10
19,5	54,23	102115	291,64	6248,80	102432	96183	1337,82	4,86
19,5	54,23	102115	291,76	5029,78	102219	97189	1203,00	4,62
19,5	54,23	102115	291,77	4332,34	102396	98063	1119,82	4,50
19,5	54,23	102115	291,72	3104,59	102357	99253	951,60	4,44
19,5	54,23	102115	291,66	2301,29	102199	99898	821,08	4,56
19,5	54,23	102115	291,88	1333,52	102131	100797	627,19	5,28
19,5	54,23	102115	291,82	895,20	102171	101276	515,38	6,00
19,5	54,23	102115	291,77	449,54	102083	101633	366,65	8,40

d	Hum	Patm	Temperatura	$\Delta p$	P1	P1	Gm	U
[mm]	[%]	[Pa]	[K]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[g/min]	[g/min]
15,5	59,09	102145	292,77	9751,24	102457	92706	982,98	3,36
15,5	59,09	102145	292,66	8555,24	102228	93672	922,91	3,24
15,5	59,09	102145	292,76	7022,20	102235	95212	839,65	3,00
15,5	59,09	102145	292,67	6123,55	102284	96160	786,45	2,88
15,5	59,09	102145	292,66	4862,70	102323	97461	703,60	2,76
15,5	59,09	102145	292,46	3196,27	102106	98910	573,08	2,64
15,5	59,09	102145	293,01	2621,85	102130	99508	519,62	2,64
15,5	59,09	102145	292,90	1717,15	101998	100280	421,88	2,88
15,5	59,09	102145	292,79	1337,30	102117	100779	373,30	3,12
15,5	59,09	102145	292,55	780,74	101681	100900	285,81	3,90
15,5	59,09	102145	292,64	409,20	101478	101069	207,52	5,34
15,5	59,09	102145	292,57	564,44	101223	100659	242,94	4,56
15,5	59,09	102145	292,22	73,77	101072	100998	89,25	12,60

**Conjunto de Dados # 15**

Percentagem atribuível a cada um dos factores que contribuem para a incerteza,  $\Delta p$ , P1, P2 e T para da incerteza expandida, U, para os diversos pontos de medida (secção 4.4.4)

Estes valores foram calculados pelo programa GUMWorkbench.

<b>d</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>	<b>DP</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>T</b>
<b>[mm]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>
36	447,4906	0,0016	99,9	0	0	0
36	624,1089	0,0011	99,8	0	0,1	0
36	685,4111	0,001	99,7	0,1	0,2	0
36	751,6257	0,00093	99,5	0,2	0,3	0
36	805,7133	0,00086	99,4	0,2	0,4	0
36	904,2121	0,00077	99	0,3	0,6	0
36	995,3462	0,0007	98,5	0,5	0,9	0
36	1232,747	0,00056	96,5	1,2	2,1	0,2
36	1405,072	0,0005	94,2	2	3,5	0,3
36	1555,46	0,00045	91,5	2,9	5,2	0,4
36	1679,942	0,00043	88,7	3,9	6,9	0,5
36	1810,045	0,0004	85,3	5	8,9	0,7
36	1923,582	0,00039	81,9	6,2	11	0,9
36	2030,401	0,00037	78,4	7,4	13,1	1
36	2134,12	0,00036	74,9	8,6	15,3	1,2
36	2248,403	0,00036	70,7	10,1	17,9	1,4
36	2353,241	0,00035	66,8	11,4	20,3	1,6

<b>d</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>	<b>DP</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>T</b>
<b>[mm]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>
30	2573,531	0,00025	19,8	33,7	42,9	3,5
30	2364,85	0,00024	25,5	31,4	39,9	3,3
30	2302,101	0,00023	29,4	29,7	37,7	3,2
30	2029,221	0,00023	41,2	24,7	31,4	2,7
30	1785,053	0,00022	54,1	19,3	24,5	2,1
30	1662,406	0,00023	60,5	16,6	21,1	1,8
30	1433,895	0,00024	73,9	11	13,9	1,2
30	1172,731	0,00027	86,9	5,5	7	0,6
30	927,2728	0,00033	94,5	2,3	2,9	0,3
30	902,0736	0,00034	95	2,1	2,6	0,2
30	753,2856	0,00041	97,6	1	1,3	0,1
30	588,2087	0,00052	99,1	0,4	0,5	0
30	395,9219	0,00078	99,8	0	0	0
30	268,3008	0,0012	100	0	0	0

<b>d</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>	<b>DP</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>T</b>
<b>[mm]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>
25	2386,763	0,00021	7	41,8	47,1	4,2
25	2232,956	0,0002	9,1	40,8	46	4,1

25	2088,32	0,00019	11,7	39,7	44,6	4
25	1940,26	0,00018	15,4	38	42,7	3,9
25	1700,189	0,00017	23,9	34,2	38,4	3,5
25	1599,088	0,00016	28,6	32,1	36	3,3
25	1299,254	0,00015	48	23,4	26,2	2,4
25	1128,148	0,00016	62,6	16,8	18,8	1,7
25	863,9533	0,00018	83,2	7,6	8,4	0,8
25	717,4564	0,00021	91,3	3,9	4,4	0,4
25	558,8917	0,00026	96,6	1,5	1,7	0,2
25	463,4654	0,00031	98,4	0,7	0,8	0
25	361,1735	0,0004	99,4	0,3	0,3	0
25	254,528	0,00057	99,9	0	0	0

<b>d</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>	<b>DP</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>T</b>
<b>[mm]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>
19,5	1685,445	0,00015	3,7	44,5	47,4	4,3
19,5	1654,682	0,00015	4	44,4	47,2	4,3
19,5	1582,894	0,00014	4,9	44,1	46,7	4,3
19,5	1548,108	0,00014	5,3	43,9	46,5	4,3
19,5	1525,456	0,00014	5,6	43,7	46,4	4,3
19,5	1445,598	0,00013	7	43,1	45,6	4,3
19,5	1337,822	0,00012	9,6	41,9	44,3	4,2
19,5	1203,001	0,00011	14,2	39,8	42	4
19,5	1119,825	0,0001	18,3	37,9	39,9	3,9
19,5	951,5998	0,000096	30,7	32,2	33,8	3,3
19,5	821,0803	0,000092	44,7	25,7	27	2,7
19,5	627,1889	0,000097	70,8	13,6	14,2	1,4
19,5	515,382	0,00011	84,4	7,2	7,6	0,8
19,5	366,6488	0,00014	95,6	2,1	2,2	0,2

<b>d</b>	<b>Gm</b>	<b>U</b>	<b>DP</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>T</b>
<b>[mm]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[g/min]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>	<b>[%]</b>
15,05	982,9751	0,000087	4	44,9	46,7	4,4
15,05	922,9093	0,000082	5,2	44,4	46	4,4
15,05	839,6512	0,000075	7,7	43,3	44,7	4,3
15,05	786,4478	0,000071	9,9	42,2	43,6	4,3
15,05	703,5981	0,000065	15	39,8	41,1	4,1
15,05	573,0764	0,000057	29,3	33,2	34,1	3,4
15,05	519,6215	0,000055	38,3	29	29,8	3
15,05	421,8798	0,000055	59,3	19,1	19,6	2
15,05	373,3043	0,000057	70,7	13,8	14,1	1,4
15,05	285,8085	0,000068	87,6	5,8	6	0,6
15,05	207,523	0,00009	96,3	1,8	1,8	0,2
15,05	242,9449	0,000077	93,1	3,3	3,3	0,3



## ANEXO B – FACTORES DE SENSIBILIDADE PARA O MODELO DO ORIFÍCIO ISO

De seguida apresentam-se os factores de sensibilidade derivados analiticamente pelo software GUMWorkbench.

$$\partial C_d / \partial L_1 = \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (1.0 - 0.11 \cdot A) \cdot (0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) \cdot (-10.0) + 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1) \cdot (-7.0)) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0);$$

$$\begin{aligned} \partial C_d / \partial d = & 0.0261 \cdot 2.0 \cdot \beta \cdot \partial \beta / \partial d + 0.216 \cdot 8.0 \cdot \beta^7 \cdot 7.0 \cdot \partial \beta / \partial d + 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot 10.0^6 \cdot 0. \partial \beta / \partial d / Re_D + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot ((0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot 3.5 \cdot \beta^2 \cdot 5 \cdot \partial \beta / \partial d + \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial d) + ((0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (1.0 - 0.11 \cdot A) \cdot 4.0 \cdot \beta^3 \cdot 0. \partial \beta / \partial d + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial d)) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) + (-0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (1.0 - 0.11 \cdot A) \cdot \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (-4.0 \cdot \beta^3 \cdot 0. \partial \beta / \partial d + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (-0.031 \cdot (M_2 - 0.8 \cdot M_2^2 \cdot 1.1) \cdot 1.3 \cdot \beta^0 \cdot 3 \cdot \partial \beta / \partial d + \beta^1 \cdot 3 \cdot 0.031 \cdot (\partial M_2 / \partial d) - 0.8 \cdot 1.1 \cdot M_2^2 \cdot 0.1 \cdot \partial M_2 / \partial d)) + 0.011 \cdot (0.75 - \beta) \cdot (-1000.0 / 25.4) + (2.8 - d \cdot 1000.0 / 25.4) \cdot 0.011 \cdot (-\partial \beta / \partial d); \end{aligned}$$

$$\partial C_d / \partial L_2 = -\beta^4 \cdot 1.3 \cdot 0.031 \cdot (\partial M_2 / \partial L_2 + 0.8 \cdot 1.1 \cdot M_2^2 \cdot 0.1 \cdot \partial M_2 / \partial L_2);$$

$$\partial C_d / \partial q_{m1} = 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \beta \cdot \partial Re_D / \partial q_{m1}) / \sqrt{Re_D} + (0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.3 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \partial Re_D / \partial q_{m1}) / \sqrt{Re_D} + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial q_{m1} + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial q_{m1}) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0);$$

$$\partial C_d / \partial \pi = 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \beta \cdot \partial Re_D / \partial \pi) / \sqrt{Re_D} + (0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.3 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \partial Re_D / \partial \pi) / \sqrt{Re_D} + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial \pi + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial \pi) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0);$$

$$\begin{aligned} \partial C_d / \partial D = & 0.0261 \cdot 2.0 \cdot \beta \cdot \partial \beta / \partial D + 0.216 \cdot 8.0 \cdot \beta^7 \cdot 7.0 \cdot \partial \beta / \partial D + 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (10.0^6 \cdot 0. \partial \beta / \partial D / Re_D + (-10.0^6 \cdot 0. \beta \cdot \partial Re_D / \partial D) / \sqrt{Re_D}) + (0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.3 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \partial Re_D / \partial D) / \sqrt{Re_D} + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot ((0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot 3.5 \cdot \beta^2 \cdot 5 \cdot \partial \beta / \partial D + \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial D) + ((0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (1.0 - 0.11 \cdot A) \cdot 4.0 \cdot \beta^3 \cdot 0. \partial \beta / \partial D + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial D)) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) + (-0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (1.0 - 0.11 \cdot A) \cdot \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (-4.0 \cdot \beta^3 \cdot 0. \partial \beta / \partial D) / \sqrt{Re_D} + (-0.031 \cdot (M_2 - 0.8 \cdot M_2^2 \cdot 1.1) \cdot 1.3 \cdot \beta^0 \cdot 3 \cdot \partial \beta / \partial D + \beta^1 \cdot 3 \cdot 0.031 \cdot (\partial M_2 / \partial D) - 0.8 \cdot 1.1 \cdot M_2^2 \cdot 0.1 \cdot \partial M_2 / \partial D) + (2.8 - d \cdot 1000.0 / 25.4) \cdot 0.011 \cdot (-\partial \beta / \partial D); \end{aligned}$$

$$\partial C_d / \partial T = 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \beta \cdot \partial Re_D / \partial T) / \sqrt{Re_D} + (0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.3 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \partial Re_D / \partial T) / \sqrt{Re_D} + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial T + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial T) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0);$$

$$\partial C_d / \partial U_w = 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \beta \cdot \partial Re_D / \partial U_w) / \sqrt{Re_D} + (0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.3 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \partial Re_D / \partial U_w) / \sqrt{Re_D} + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial U_w + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial U_w) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0);$$

$$\partial C_d / \partial P_{atm} = 0.000521 \cdot 0.7 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \beta \cdot \partial Re_D / \partial P_{atm}) / \sqrt{Re_D} + (0.0188 + 0.0063 \cdot A) \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.3 \cdot (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot (-10.0^6 \cdot 0. \partial Re_D / \partial P_{atm}) / \sqrt{Re_D} + (10.0^6 \cdot 0. \beta / Re_D)^{0.3} \cdot \beta^3 \cdot 3.5 \cdot 0.0063 \cdot \partial A / \partial P_{atm} + \beta^4 \cdot 4.0 \cdot (0.043 + 0.080 \cdot \exp((-10.0) \cdot L_1) - 0.123 \cdot \exp((-7.0) \cdot L_1)) \cdot (-0.11 \cdot \partial A / \partial P_{atm}) / (1.0 - \beta^4 \cdot 4.0);$$

$$\partial \beta / \partial d = 1.0 / D;$$

$$\partial \beta / \partial D = (-d) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial Re_D / \partial q_{m1} = 4.0 / (\pi \cdot \mu_1 \cdot D);$$

$$\partial Re_D / \partial \pi = (-4.0 \cdot q_{m1} \cdot D \cdot \mu_1) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial Re_D / \partial D = (-4.0 \cdot q_{m1} \cdot \pi \cdot \mu_1) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial Re_D / \partial T = (-4.0 \cdot q_{m1} \cdot D \cdot \pi \cdot \partial \mu_1 / \partial T) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial Re_D / \partial U_w = (-4.0 \cdot q_{m1} \cdot D \cdot \pi \cdot \partial \mu_1 / \partial U_w) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial Re_D / \partial P_{atm} = (-4.0 \cdot q_{m1} \cdot D \cdot \pi \cdot \partial \mu_1 / \partial P_{atm}) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial A / \partial d = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot 19000.0 \cdot \partial \beta / \partial d / Re_D;$$

$$\partial A / \partial q_{m1} = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot (-19000.0 \cdot \beta \cdot \partial Re_D / \partial q_{m1}) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial A / \partial \pi = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot (-19000.0 \cdot \beta \cdot \partial Re_D / \partial \pi) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial A / \partial D = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot (19000.0 \cdot \partial \beta / \partial D / Re_D + (-19000.0 \cdot \beta \cdot \partial Re_D / \partial D) / \sqrt{Re_D});$$

$$\partial A / \partial T = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot (-19000.0 \cdot \beta \cdot \partial Re_D / \partial T) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial A / \partial U_w = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot (-19000.0 \cdot \beta \cdot \partial Re_D / \partial U_w) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial A / \partial P_{atm} = 0.8 \cdot (19000.0 \cdot \beta / Re_D)^{0.2} \cdot (-19000.0 \cdot \beta \cdot \partial Re_D / \partial P_{atm}) / \sqrt{Re_D};$$

$$\partial M_2 / \partial d = (-2.0 \cdot L_2 \cdot (-\partial \beta / \partial d)) / \text{sqrt}(1.0 - \beta);$$

$$\partial M_2 / \partial L_2 = 2.0 / (1.0 - \beta);$$

$$\partial M_2 / \partial D = (-2.0 \cdot L_2 \cdot (-\partial \beta / \partial D)) / \text{sqrt}(1.0 - \beta);$$

$$\partial \mu_1 / \partial T = \mu_d \cdot (-\partial yv / \partial T) + (1.0 - yv) \cdot \partial \mu_d / \partial T + \mu_v \cdot \partial yv / \partial T + yv \cdot \partial \mu_v / \partial T;$$

$$\partial \mu_1 / \partial U_w = \mu_d \cdot (-\partial yv / \partial U_w) + \mu_v \cdot \partial yv / \partial U_w;$$

$$\partial \mu_1 / \partial P_{atm} = \mu_d \cdot (-\partial yv / \partial P_{atm}) + \mu_v \cdot \partial yv / \partial P_{atm};$$

$$\partial \varepsilon_1 / \partial d = -(1.0 - \exp(1.0/k \cdot \ln(P_2/P_1))) \cdot (0.256 \cdot 4.0 \cdot \beta^3 \cdot \partial \beta / \partial d + 0.93 \cdot 8.0 \cdot \beta^7 \cdot \partial \beta / \partial d);$$

$$\partial \varepsilon_1 / \partial D = -(1.0 - \exp(1.0/k \cdot \ln(P_2/P_1))) \cdot (0.256 \cdot 4.0 \cdot \beta^3 \cdot \partial \beta / \partial D + 0.93 \cdot 8.0 \cdot \beta^7 \cdot \partial \beta / \partial D);$$

$$\partial \varepsilon_1 / \partial P_2 = -(0.351 + 0.256 \cdot \beta^4 \cdot 4.0 + 0.93 \cdot \beta^8 \cdot 8.0) \cdot (-\exp(1.0/k \cdot \ln(P_2/P_1))) \cdot 1.0/k \cdot P_2/P_1 \cdot 1.0/P_1;$$

$$\partial \varepsilon_1 / \partial P_1 = -(0.351 + 0.256 \cdot \beta^4 \cdot 4.0 + 0.93 \cdot \beta^8 \cdot 8.0) \cdot (-\exp(1.0/k \cdot \ln(P_2/P_1))) \cdot 1.0/k \cdot P_2/P_1 \cdot (-P_2)/\text{sqrt}(P_1);$$

$$\partial \varepsilon_1 / \partial k = -(0.351 + 0.256 \cdot \beta^4 \cdot 4.0 + 0.93 \cdot \beta^8 \cdot 8.0) \cdot (-\exp(1.0/k \cdot \ln(P_2/P_1))) \cdot \ln(P_2/P_1) \cdot (-1.0)/\text{sqrt}(k);$$

$$\partial Q_M / \partial L_1 = \text{sqrt}(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p) \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial L_1 / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial d = \text{sqrt}(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p) \cdot (C_d / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)) \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot 2.0 \cdot d + d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot (C_d / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)) \cdot \partial \varepsilon_1 / \partial d + \varepsilon_1 \cdot (\partial C_d / \partial d / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) + (-C_d \cdot 0.5 \cdot (-4.0 \cdot \beta^3 \cdot \partial \beta / \partial d) / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)) / \text{sqrt}(\text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)))) / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial L_2 = \text{sqrt}(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p) \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial L_2 / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial P_{atm} = C_d / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial \rho_1 / \partial P_{atm} / \text{sqrt}(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p) + \text{sqrt}(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p) \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial P_{atm} / \text{sqrt}(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0) / 4.0;$$

$$\partial \rho_1 / \partial P_1 = M_g / 8314.0/T;$$

$$\partial \rho_1 / \partial y_{n2} = P_1 \cdot \partial M_g / \partial y_{n2} / 8314.0/T;$$

$$\partial \rho_1 / \partial y_{o2} = P_1 \cdot \partial M_g / \partial y_{o2} / 8314.0/T;$$

$$\partial \rho_1 / \partial y_{ar} = P_1 \cdot \partial M_g / \partial y_{ar} / 8314.0/T;$$

$$\partial \rho_1 / \partial y_{co2} = P_1 \cdot \partial M_g / \partial y_{co2} / 8314.0/T;$$

$$\partial \rho_1 / \partial T = P_1 \cdot \partial M_g / \partial T / 8314.0/T + (-P_1 \cdot M_g / 8314.0) / \text{sqrt}(T);$$

$$\partial \rho_1 / \partial U_w = P_1 \cdot \partial M_g / \partial U_w / 8314.0/T;$$

$$\partial \rho_1 / \partial P_{atm} = P_1 \cdot \partial M_g / \partial P_{atm} / 8314.0/T;$$

$$\partial M_g / \partial y_{n2} = (1.0 - yv) \cdot 2.0 \cdot 14.0067;$$

$$\partial M_g / \partial y_{o2} = (1.0 - yv) \cdot 2.0 \cdot 15.9994;$$

$$\partial M_g / \partial y_{ar} = (1.0 - yv) \cdot 39.948;$$

$$\partial M_g / \partial y_{co2} = (1.0 - yv) \cdot 43.989829244;$$

$$\partial M_g / \partial T = (2.0 \cdot 14.0067 \cdot y_{n2} + 2.0 \cdot 15.9994 \cdot y_{o2} + 39.948 \cdot y_{ar} + 43.989829244 \cdot y_{co2}) \cdot (-\partial yv / \partial T) + 18.0 \cdot \partial yv / \partial T;$$

$$\partial M_g / \partial U_w = (2.0 \cdot 14.0067 \cdot y_{n2} + 2.0 \cdot 15.9994 \cdot y_{o2} + 39.948 \cdot y_{ar} + 43.989829244 \cdot y_{co2}) \cdot (-\partial yv / \partial U_w) + 18.0 \cdot \partial yv / \partial U_w;$$

$$\partial Q_M / \partial q_{m1} = \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial q_{m1} / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial \pi = \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot (C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 + \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial \pi / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)}) / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial D = \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot (C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \partial \varepsilon_1 / \partial D + \varepsilon_1 \cdot (\partial C_d / \partial D / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} + (-C_d \cdot 0.5 \cdot (-4.0 \cdot \beta^3 \cdot 0 \cdot \partial \beta / \partial D) / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)}) / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)})) / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial P_2 = \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \partial \varepsilon_1 / \partial P_2 / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial P_1 = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial P_1 / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)} + \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \partial \varepsilon_1 / \partial P_1 / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial k = \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \partial \varepsilon_1 / \partial k / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial \delta p = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot 2.0 \cdot \rho_1 / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)};$$

$$\partial Q_M / \partial y_{n2} = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial y_{n2} / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)};$$

$$\partial Q_M / \partial y_{o2} = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial y_{o2} / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)};$$

$$\partial Q_M / \partial y_{ar} = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial y_{ar} / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)};$$

$$\partial Q_M / \partial y_{co2} = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial y_{co2} / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)};$$

$$\partial Q_M / \partial T = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial T / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)} + \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial T / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} / 4.0;$$

$$\partial Q_M / \partial U_w = C_d / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} \cdot \varepsilon_1 \cdot \pi / 4.0 \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot 0.5 \cdot \delta p \cdot 2.0 \cdot \partial P_1 / \partial U_w / \sqrt{(2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p)} + \sqrt{2.0 \cdot \rho_1 \cdot \delta p} \cdot d^2 \cdot 2.0 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot \partial C_d / \partial U_w / \sqrt{(1.0 - \beta^4 \cdot 4.0)} / 4.0;$$

$$\partial M_g / \partial P_{atm} = (2.0 \cdot 14.0067 \cdot y_{n2} + 2.0 \cdot 15.9994 \cdot y_{o2} + 39.948 \cdot y_{ar} + 43.989829244 \cdot y_{co2}) \cdot (-\partial y_v / \partial P_{atm}) + 18.0 \cdot \partial y_v / \partial P_{atm};$$

$$\partial y_v / \partial T = \partial p_v / \partial T / P_{atm} / 100000.0;$$

$$\partial y_v / \partial U_w = \partial p_v / \partial U_w / P_{atm} / 100000.0;$$

$$\partial y_v / \partial P_{atm} = (-p_v \cdot 1.0 / 100000.0) / \sqrt{(P_{atm} / 100000.0)};$$

$$\partial P_2 / \partial P_2 = M_g / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial P_2 / \partial y_{n2} = P_2 \cdot \partial M_g / \partial y_{n2} / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial P_2 / \partial y_{o2} = P_2 \cdot \partial M_g / \partial y_{o2} / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial P_2 / \partial y_{ar} = P_2 \cdot \partial M_g / \partial y_{ar} / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial P_2 / \partial y_{co2} = P_2 \cdot \partial M_g / \partial y_{co2} / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial P_2 / \partial T = P_2 \cdot \partial M_g / \partial T / 8314.0 \cdot T + (-P_2 \cdot M_g / 8314.0) / \sqrt{(T)};$$

$$\partial P_2 / \partial U_w = P_2 \cdot \partial M_g / \partial U_w / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial P_2 / \partial P_{atm} = P_2 \cdot \partial M_g / \partial P_{atm} / 8314.0 \cdot T;$$

$$\partial \mu_g / \partial T = 0.58545 \cdot 10.0^7 \cdot 0 - 0.25129 \cdot 10.0^4 \cdot 10.0 \cdot 2.0 \cdot T + 0.62432 \cdot 10.0^4 \cdot 14.0 \cdot 3.0 \cdot T^2 \cdot 2.0;$$

$$\partial \mu_g / \partial T = (-0.000001 \cdot (-0.00237 + 0.00000449 \cdot 2.0 \cdot T + 4.29 \cdot 2.0 \cdot 1.0 \cdot T \cdot (-1.0) / \sqrt{(T)} + -0.00000000301 \cdot 3.0 \cdot T^2 \cdot 2.0)) / \sqrt{(0.497 - 0.00237 \cdot T + 0.00000449 \cdot T^2 \cdot 2.0 + 4.29 \cdot (1.0 \cdot T)^2 \cdot 2.0 - 0.00000000301 \cdot T^3 \cdot 0)};$$

$$\partial p_g / \partial T = \exp(22.5 - 0.0203 \cdot T - 6330.0 \cdot 1.0 \cdot T + 0.0000159 \cdot T^2 \cdot 2.0 - 0.00000000316 \cdot T^3 \cdot 0) \cdot (-0.0203 + -6330.0 \cdot (-1.0) / \sqrt{(T)} + 0.0000159 \cdot 2.0 \cdot T + -0.00000000316 \cdot 3.0 \cdot T^2 \cdot 2.0);$$

$$\partial p_v / \partial T = U_w / 100.0 \cdot \partial p_g / \partial T;$$

$$\partial p_v / \partial U_w = p_g \cdot 1.0 / 100.0;$$

## ANEXO C – MÉTODOS DE OPTIMIZAÇÃO

De seguida apresentam-se os métodos de optimização utilizados para aproximar os valores mínimos de funções, nomeadamente, da dos mínimos quadráticos.

Os métodos de optimização de descida tem como objectivo obter o valor mínimo de uma função  $f(\mathbf{x})$  - função objectivo - que se admite contínua. Procura produzir uma série de valores da variável independente,  $\mathbf{x}_k$ , de tal forma que  $f(\mathbf{x}_0) > f(\mathbf{x}_1) > \dots > f(\mathbf{x}_k) > f(\mathbf{x}_{k+1}) > \dots > f(\mathbf{x}_{opt})$ , onde  $\mathbf{x}_0$  denota a “estimativa” inicial e  $\mathbf{x}_{opt}$  denota o ponto que minimiza a dita função. Notar que  $\mathbf{x}$  é um vector de dimensão  $n$  e,  $f(\mathbf{x})$  é um escalar.

A obtenção desta série de valores  $\mathbf{x}_k$  é o que distingue os vários métodos de descida.

Neste trabalho foram utilizados dois métodos: máxima descida e gradiente conjugado.

A função objectivo a minimizar foi, neste trabalho, o erro quadrático entre dois valores: o valor da referência,  $\mathbf{x}_r$ , e o valor a minimizar,  $\mathbf{x}$ , da forma  $f(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}_r - \mathbf{x})^2$ .

### Método da máxima descida

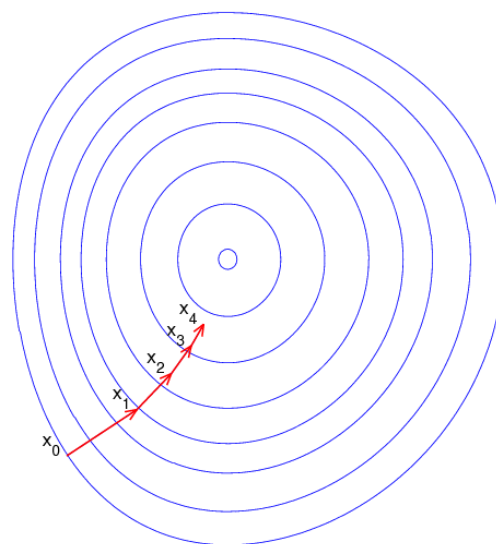
O método da máxima descida é um algoritmo de optimização de primeira ordem. Em que a série de valores de  $\mathbf{x}_k$  é obtida utilizando o gradiente da função  $f(\mathbf{x})$  avaliado em  $\mathbf{x}_k$ .

Toma a seguinte forma:  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \delta \cdot \nabla f(\mathbf{x}_k)$

Onde  $\delta$  é o “passo” que é multiplicado pelo gradiente da função  $\nabla f(\mathbf{x}_k)$  avaliado no ponto  $\mathbf{x}_k$ . O “passo” pode ser fixo ou optimizado para ser tal que minimiza a função objectivo na direcção do gradiente.

Obtém-se assim uma série de pontos que se dirigem para a o ponto  $\mathbf{x}_{opt}$  que minimiza a função, como po ser visto na figura ao lado.

Há que impor um condição de paragem que normalmente é escolhida como  $\nabla f(\mathbf{x}_k) < \xi$ , sendo  $\xi$  um valor pequeno escolhido pelo utilizador.



Este método tem algumas limitações:

- Convergência lenta perto do valor ótimo;
- Comportamento “zig-zag” em funções com uma convexidade pouco uniforme.

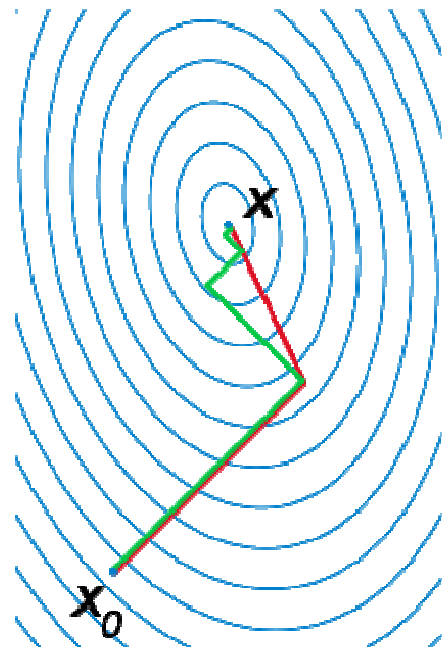
### **Método dos gradientes conjugados**

Neste método a direcção de descida não é o negativo do gradiente mas sim uma direcção calculada da seguinte forma para o ponto  $\mathbf{x}_{k+1}$ :

- 1) Obter a direcção de máxima descida:
- 2) Calcular  $\beta_k$  (fórmula de Fletcher-Reeves)
- 3) Obter a direcção conjugada:
- 4) Obter o “passo”  $\delta$  de tal modo que se minimize o valor da função objectivo na direcção conjugada.
- 5) Calcular o novo ponto:

Este método converge em N iterações para uma função objectivo tipo polinómio de grau N e gradiente calculado analiticamente. Na realidade com o gradiente a ser calculado numericamente demora mais tempo a convergir mas é mais rápido que o método anterior.

Na figura ao lado apresenta-se uma comparação da convergência entre o método da máxima descida (a verde) e o dos gradientes conjugados para uma função convexa (linhas concêntricas azuis).



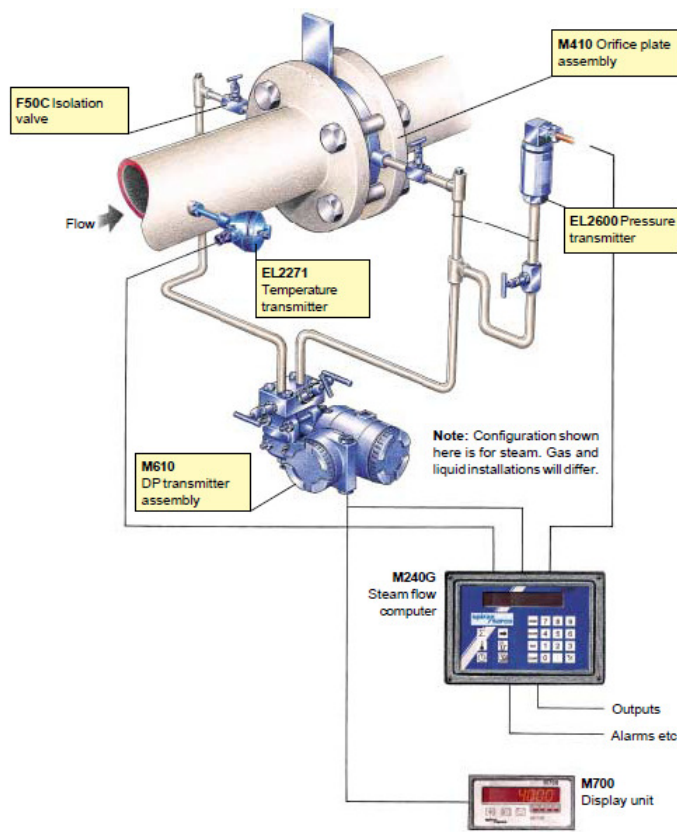
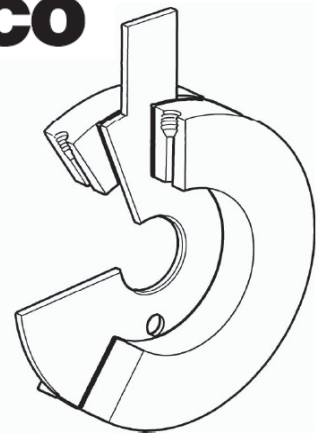
## ANEXO D – PLACAS DE ORIFÍCIO COMERCIAIS

Neste anexo apresentam-se algumas placas de orifício disponíveis comercialmente de modo a permitir compara com os resultados obtidos.

### **Spirax Sarco M410** (Spirax-Sarco, 2011)

Marca	Spirax Sarco
Modelo	M410
Norma	ISO 5167
Precisão	$\pm 3\%$ do caudal volumétrico instantâneo
Repetibilidade	$\pm 0.3\%$
Tomas pressão	“Flanged Tap” L=25,4 mm
Tamanhos	DN25 a DN600
URL:	<a href="http://www.spiraxsarco.com/pdfs/TI/p176_02.pdf">http://www.spiraxsarco.com/pdfs/TI/p176_02.pdf</a>

**spirax/sarco**



**ABB Orimaster M** (ABB, 2011)

Marca	ABB
Modelo	Orimaster M
Norma	ISO 5167:2003
Precisão	$\pm 2\%$ do caudal mássico instantâneo
Repetibilidade	$\pm 0.1\%$
Tomas pressão	“Flanged Tap” L=25,4 mm
Tamanhos	DN25 a DN200

URL: [http://www02.abb.com/global/dkabb/dkabb504.nsf/0/38979ea45fbf930bc12578b70033b9b7/\\$file/Orifice+FlowMeter.pdf](http://www02.abb.com/global/dkabb/dkabb504.nsf/0/38979ea45fbf930bc12578b70033b9b7/$file/Orifice+FlowMeter.pdf)



**MECON FON4** (MECON, 2011)

Marca	MECON
Modelo	F O N 4
Norma	ISO 5167
Precisão	$\pm 2\%$ do caudal volumétrico fim de escala
Repetibilidade	$\pm 0.1\%$
Tomas pressão	“Flanged Tap” L=25,4 mm
Tamanhos	DN40 a DN400

URL: <http://saba.kntu.ac.ir/eecd/ecourses/inst%2086/Projects/Flowmeters/Final%20Project-Alizadeh/All%20Other%20Files/Technical%20Paper/Mecon.pdf>

